

MEDIDA DE LA CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA SATURADA DEL SUELO CON EL  
INFILTRÓMETRO DE PHILIP-DUNNE: APLICABILIDAD Y LIMITACIONES

*J.M. DE HARO, K. VANDERLINDEN, J.A. GÓMEZ, y J.V. GIRÁLDEZ*

Departamento de Agronomía, Universidad de Córdoba.

RESUMEN

No hace mucho J.R. Philip propuso un método sencillo para medir la conductividad hidráulica saturada de un suelo, a partir de la infiltración del agua que sale de un tubo abierto en su extremo superior, en donde la carga no se mantiene constante. En este trabajo se exploran las posibilidades del método, examinando las condiciones de aplicación, como el cociente mínimo permitido entre los tiempos en que se vacía totalmente el tubo, y aquel en el que se vacía tan sólo la mitad del mismo, estudiando la sensibilidad del mismo, especialmente a la medida de tiempos de infiltración, comprobando los intervalos de valores aconsejables en distintos tipos de suelos, y presentando resultados experimentales que muestran su eficiencia.

ABSTRACT

A recent proposal of J.R. Philip for the measurement of saturated hydraulic conductivity of a soil with a simple open tube inserted in the soil whose water depth decreased as the infiltration process proceeds has been examined both theoretically and in field experiments to complete the infiltration of the tube water, but in other, coarser soil types the good repetibility of results, it is a reliable way to estimate the hydraulic conductivity.

INTRODUCCIÓN

Con el auge de los métodos de medida de las características de transmisión de agua en el suelo, en la década de los ochenta, explotando los resultados del trabajo teórico de Wooding (1968), revisados entre otros por Weir (1992), se profundizó el conocimiento de la infiltración multidimensional, obteniéndose resultados tan notables como los métodos de los anillos gemelos (Scotter y col., 1982), del infiltrómetro de succión, (Perroux y White, 1988), y el del pozo de carga constante, (Talsma y Hallan, 1980), para medir parámetros de transmisión del agua en suelos. Sin embargo, simplificaciones como la propuesta de Green y Ampt, siguen teniendo vigencia como mostraba Philip en 1993, al sugerir un método sencillo con el que interpretaba los resultados de unos ensayos realizados por T. Dunne en una campaña científica en la Amazonía. Este método, además de una concepción simple del flujo del agua en el suelo, presenta la gran ventaja de su realización, bastando una sonda, un tubo, y un cronómetro para poder estimar la conductividad hidráulica saturada del suelo. El objetivo de este trabajo es analizar el método para comprobar su eficacia en diferentes situaciones de campo.

EL MÉTODO DE PHILIP-DUNNE

El agua que sale de un tubo insertado en el suelo se infiltra en el mismo respondiendo a un gradiente de los componentes matricial, o de succión, y de presión. De un modo similar al de otros procesos como la infiltración desde un gotero de Ben-Asher y col. (1986), Philip (1993) propone lo que denomina un modelo de esfera efectiva en el que el frente de avance del agua es el equivalente tridimensional, o esférico del avance de pistón del modelo de Green y Ampt. La condición de contorno en el extremo inferior del tubo es la de una semiesfera que al equiparar su superficie con la del círculo resulta en un radio  $r_0 = r_i/2$  siendo  $r_i$  el radio interno del tubo.

El frente húmedo se extiende ocupando esferas concéntricas que separan la zona interna húmeda, o, más apropiadamente saturada, (humedad 1) de la externa seca, con la humedad inicial  $\theta_0$ . La velocidad de infiltración a la salida del tubo,  $v_0$ , que se deduce al derivar con respecto al tiempo el volumen de agua infiltrada por unidad de superficie emisora, la esfera de radio  $r_0$ ,

$$v_0 = (\theta_1 - \theta_0) \left( \frac{r_f}{r_0} \right)^2 \frac{dr_f}{dt} = \Delta\theta \left( \frac{r_f}{r_0} \right)^2 \frac{dr_f}{dt} \quad (1)$$

siendo  $r_f$  el radio de la esfera externa, se descompone en dos términos, de forma similar a lo habitual en el flujo unidimensional, también utilizado por Philip (1985) al tratar el flujo de agua desde un pozo con carga constante: uno debido al gradiente del componente matricial del potencial, o de capilari-

dad,  $v_{oc} = tK$ , siendo  $K$  la conductividad hidráulica media en la zona húmeda, que se supone constante y asimilable al valor de saturación; y otro debido al gradiente del potencial gravitatorio,  $v_{og} = K$ . Separando la velocidad de flujo atribuible a la capilaridad, en una esfera interior cualquiera de la zona húmeda,  $v_c$ , con un radio  $r$ ,  $v_c = v_{oc} (r_o / r)^2$ , e integrando la ecuación de Darcy-Buckingham en todo el dominio humedecido,  $(r_o, r_f)$ , teniendo en cuenta que la diferencia de potencial  $\Delta \psi = b - \psi_m^f$ , siendo  $b$  el calado del tubo en el instante  $t$ , y  $\psi_m^f$  la componente matricial del potencial en el frente de humedecimiento, como es habitual en la formulación de Green y Ampt, (e.g. Chow y col., 1988, 4.3), se llega a

$$\dot{h} - \dot{\psi}_m^f = \frac{\pi^2}{8} \int_{r_o}^{r_f} \left[ \Delta \theta \left( \frac{r_f}{r} \right)^2 \frac{dr_f}{dt} - \left( \frac{r_o}{r} \right)^2 \frac{dr}{r} \right] \frac{dr}{K} = \pi \left[ \frac{\Delta \theta r_f - (r_f - r_o)^2}{K r_o} \frac{dr_f}{dt} - r_o + \frac{r_o^2}{r_f} \right] \quad (2)$$

en la que el coeficiente  $\pi^2/8$  fué introducido por Philip para ajustar el flujo de este modelo con el real.

La ecuación de conservación de masa muestra la variación temporal del calado en el tubo desde el valor inicial  $h_o$ ,

$$\dot{h}_o = \dot{h} - \frac{\Delta \theta r_o}{3} \left[ \left( \frac{r_f}{r_o} \right)^3 - 1 \right] \quad (3)$$

Si se desprecia el último sumando del interior del corchete en la ecuación dinámica, (2),  $r_o^2/r_f$ , que es insignificante en comparación con los otros dos, y se incluye  $b$  de (3) se llega a la expresión del radio de la zona humedecida en función del tiempo,

$$\frac{\pi^2}{8K} \frac{r_f}{r_o} \left( \frac{r_f}{r_o} - 1 \right) \frac{dr_f}{dt} = \frac{\dot{h}_o - \dot{\psi}_m^f + \pi^2 r_o / 8}{r_o \Delta \theta} - \frac{1}{3} \left[ \left( \frac{r_f}{r_o} \right)^3 - 1 \right] = \frac{1}{3} \left[ a^3 + \left( \frac{r_f}{r_o} \right)^3 \right] \quad (4)$$

en la que se ha substituido parte del segundo miembro por el parámetro  $a$  que recoge la geometría y las características físicas del suelo,

$$a = \left( \frac{3(\dot{h}_o - \dot{\psi}_m^f + \pi^2 r_o / 8)}{r_o \Delta \theta} - 1 \right)^{1/3} \quad (5)$$

Esta ecuación diferencial ha de ser integrada sujeta a la condición inicial de radio  $r_f = r_o$  para  $t = 0$ .

Introduciendo las variables adimensionales de tiempo,  $\tau = 8Kt / (\pi^2 r_o)$  radió,  $\rho = r_f / r_o$ , y calado,  $\phi = 3b / (\Delta \theta r_o)$ , la ecuación se convierte en

$$\frac{d\tau}{d\rho} = \frac{3\rho(\rho-1)}{a^3 - \rho^3} \quad (6)$$

con la condición  $\rho = 1$  para  $\tau = 0$ . Una vez integrada la solución expresa la variación del radio de la zona humedecida con el tiempo,

*multiplicar por 3*

$$\tau = \left(1 + \frac{1}{2a}\right) \ln\left(\frac{a^3 - 1}{a^3 - \rho^3}\right) - \frac{3}{2a} \ln\left(\frac{a-1}{a-\rho}\right) + \frac{\sqrt{3}}{a} \arctan\left[\frac{a(\rho-1)\sqrt{3}}{2a^2 + (\rho+1)a + 2\rho}\right] \quad (7)$$

y del calado con el radio,

$$\delta = \delta_0 - (\rho^3 - 1) \quad (8)$$

*ρ - (δ₀ - δ + 1)^(1/3)*

La figura 1 muestra cómo aumenta la extensión de la zona humedecida con el tiempo hasta el valor límite,  $\rho_{max}$ , aquel observado cuando se agota el calado del tubo,  $\delta = 0$ ,

$$\rho_{max} = (1 + \delta_0)^{1/3} \quad (9)$$

*δ₀ = \frac{3h\_0}{\Delta B r\_0}*

Asimismo se aprecia en la figura el descenso del calado en el tubo durante el ensayo.

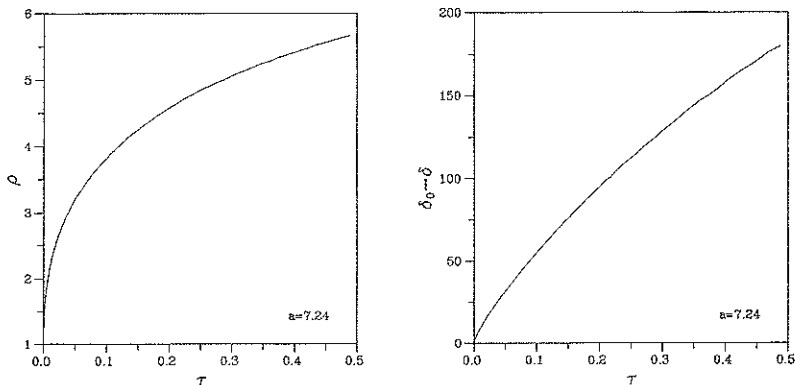


Fig. 1. Evolución del radio de la zona humedecida,  $\rho$ , y del calado,  $\delta$ , con el tiempo,  $\tau$ , con variables normalizadas

Como la conductividad hidráulica saturada aparece en el tiempo normalizado, Philip propuso tomar dos calados relevantes, y los tiempos correspondientes de ocurrencia para estimar ésta. Como las dificultades experimentales se amortiguan cuando el proceso se prolonga, una opción evidente es el estado final, que sucede en el tiempo máximo,  $\tau_{max}$ . Otra podría ser, como también indica este autor, el tiempo medio, aquel en que el calado del tubo se reduce a la mitad,  $\tau_{med}$  en el que el radio es  $\rho_{med}$

$$\rho_{med} = \left(1 + \delta_0 / 2\right)^{1/3} \quad (10)$$

$\rho_{med} = \left(\frac{1}{2} C_1 + \rho_{max}^3\right)^{1/3}$

De esta forma el cociente entre los tiempos máximo y medio,  $\tau_{max}/\tau_{med} = t_{max}/t_{med}$  permite establecer una ecuación de la que se obtiene el valor del parámetro a, y, de él, el valor del tiempo máximo normalizado,  $t_{max}$ , de cuyo cociente sale la conductividad hidráulica saturada,

$$\mathcal{K} = \frac{\pi^2 r_0 \tau_{max}}{8 t_{max}} \quad (11)$$

APLICACIONES

$\frac{\tau_{max}}{\tau_{med}} = \frac{t_{max}}{t_{med}} = f(a); \text{ si } f(a) = 0$

Este método ofrece grandes posibilidades, por su sencillez tanto en su desarrollo en campo, que permite varias medidas simultáneas para estudiar la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica saturada, como en su interpretación analítica, pues se trata de encontrar una raíz a una ecuación no lineal,

$$\frac{\tau_{max}}{\tau_{med}} - \frac{t_{max}}{t_{med}} = f(a) = 0 \Rightarrow \tau_{max} = \tau_{max}(a) \quad (12)$$

La última expresión, que da el valor de  $\tau_{max}$ , da, finalmente el valor de  $\mathcal{K}$ . Alternativamente se podría usar un gráfico como el de la figura 2, para obtener  $\tau_{max}$  para la geometría y diferencia de humedades prefijadas.

Para analizar el ámbito de aplicación del método se puede usar el cuadro de valores de parámetros físicos del suelo asignados por Rawls y col. (1983; citado por Chow y col., 1988, cuadro 4.3.1) a las diferentes clases texturales del conjunto de especímenes utilizados por el Departamento de Agricultura de Estados Unidos. Adoptando valores usados en este laboratorio,  $r_0 = 0.011 \text{ m}$ ,  $b_0 = 0.3 \text{ m}$ ,  $\Delta\theta = 0.25 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ , y los del citado cuadro, para  $-y_m^f$  y  $K_{sat} = \mathcal{K}$ , se deduce los valores medios estimados del cuadro 1, en cuyas dos últimas

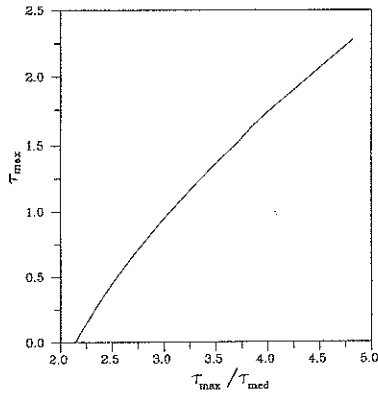


Fig. 2. Relación entre la razón de tiempos máximo y medio, y el tiempo máximo, normalizados

Cuadro 1.  
Valores posibles de los tiempos de medida para diferentes suelos.

Clase textural	$-\psi_m^f$ cm	a	$\frac{T_{max}}{T_{med}}$	media	<del>medias</del> extremos
arena	4.95	8.53	3.58	$5.90 \cdot 10^2$	$8.97 \cdot 10^2$ 2.50 · 10 <sup>3</sup>
arenoso franca	6.13	8.65	3.43	$2.14 \cdot 10^3$	$3.34 \cdot 10^3$ 9.21 · 10 <sup>3</sup>
franco arenoso	11.01	9.43	3.06	$4.45 \cdot 10^3$	$7.82 \cdot 10^3$ 1.77 · 10 <sup>4</sup>
franco	8.89	9.97	3.19	$1.59 \cdot 10^4$	$2.95 \cdot 10^4$ 4.58 · 10 <sup>4</sup>
franco limoso	16.68	11.14	2.83	5.91 u	1.28 1.61 · 10 <sup>3</sup>
franco arcillo arenoso	21.85	11.50	2.71	2.16 u	4.83 6.25 · 10 <sup>3</sup>
franco arcilloso	20.88	11.02	2.73	3.34 u	7.04 1.09 · 10 <sup>4</sup>
franco arcillo limoso	27.30	12.11	2.62	2.80 u	6.59 7.86 · 10 <sup>4</sup>
arcillo arenoso	23.90	12.33	2.67	5.10 u	1.24 1.24 · 10 <sup>4</sup>
arcillo limosa	29.22	12.31	2.59	5.34 u	1.28 1.49 · 10 <sup>4</sup>
arcilla	31.63	12.70	2.56	8.41 u	2.09 2.24 · 10 <sup>4</sup>

columnas se presentan también los valores que corresponden al valor medio de la componente matricial del potencial más menos una desviación típica.

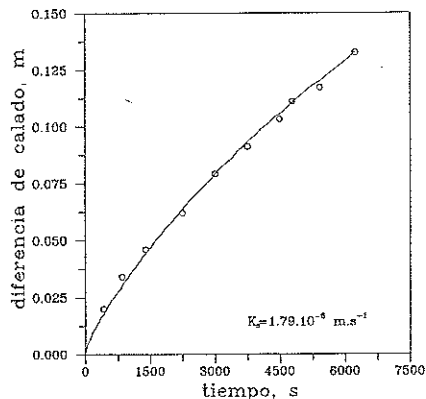
Es notable el tiempo que requiere una medida en suelos arcillosos, lo que puede representar un inconveniente para su uso en tales suelos.

Se ha ensayado este método en varios casos. En el primero de ellos en un suelo de clase textural franca en la Estación experimental de la Alameda del Obispo, en Córdoba, se comparó el comportamiento de éste bajo y fuera de la copa de los olivos cultivados allí. Con las características geométricas anteriores, se obtuvieron los datos que se resumen en el cuadro 2.

*Cuadro 2.*  
*Resultados de la aplicación del método en un suelo de olivar.*

	$\Delta \theta$ $cm^3 \cdot cm^3$	$t_{med}$	$t_{max}$	$t_{max}/t_{med}$	$-\psi_m^f$ m	$K$ $m \cdot s^{-1}$
Bajo copa, n= 10 pruebas						
media	.111	738	1794	2.45	.463	7.48. 10 <sup>-6</sup>
desv. tip.	.034	622	1563	0.24	.444	1.08. 10 <sup>-5</sup>
Fuera de copa, n = 6 pruebas						
media	.195	3180	8640	2.72	.278	9.92.10 <sup>-7</sup>
desv. tip.	.039	8.05	2250	.034	.360	5.17. 10 <sup>-7</sup>

La influencia de la copa del árbol protegiendo al suelo de la desecación y del pisoteo, así como la presencia de raíces explica la mayor conductividad hidráulica saturada del suelo más próximo al tronco. Los valores se mantienen en el intervalo del cuadro 1.



*Fig. 3. Descenso de calado en el tubo en relación con el tiempo en una prueba realizada en Santaella. La línea continua corresponde al valor indicado de  $k - K$  mientras que los puntos fueron observados en el ensayo.*

En otro caso, también de olivar, aunque en un suelo de textura más fina en el término municipal de Santaella, (Córdoba), se efectuaron también pruebas del método, con un buen ajuste de la curva de descenso del calado en e

tubo, obtenida para el valor de  $K=1.79 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$ , y  $-\psi_m^j=1.51 \text{ m}$ , a los datos observados en campo, como se muestra en la figura 3. Adviértase que los parámetros con los que se ha caracterizado la curva se han obtenido con dos puntos, los correspondientes al estado final, y al estado del calado medio en el tubo, por lo que el ajuste a los restantes puntos es prueba de la consistencia del método.

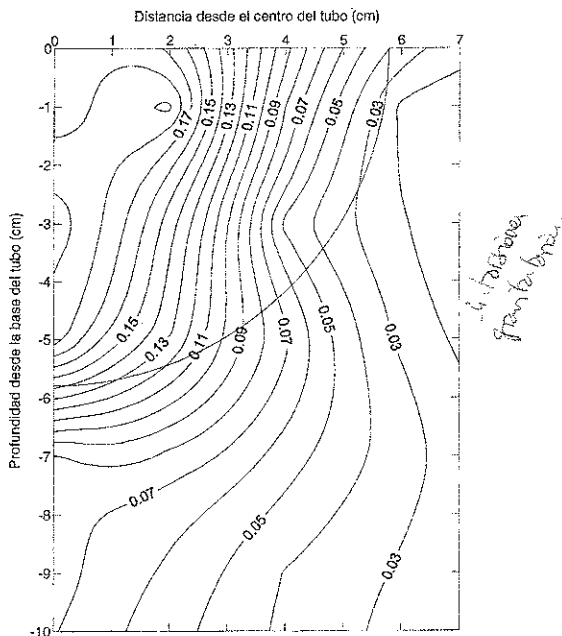


Fig. 4. Desarrollo del bulbo húmedo en un suelo arenoso al término de una prueba, con un tubo de radio efectivo  $r_0 = 0.011 \text{ m}$ , calado inicial  $h_0 = 0.20 \text{ m}$ , y diferencia de humedad,  $\Delta \theta = 9.224 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ . Las isolíneas representan valores de la humedad gravimétrica. La circunferencia marca el alcance del frente húmedo,  $r_f, \text{max} = 0.0579 \text{ m}$  en el modelo de la esfera efectiva. La humedad inicial es =  $0.031 \text{ q q-1}$ .

Otra serie de pruebas se efectuaron en el suelo arenoso de El Abalarío en el Parque Natural del Entorno de Doñana. En la figura 4 se expone la distribución de la humedad, gravimétrica, convertible en volumétrica al multiplicar por la densidad aparente,  $\rho_b=1.40 \text{ g cm}^{-3}$ , al cabo de una prueba, en el contorno del tubo. Se aprecia la distorsión producida por la gravedad en el bulbo, como el propio Philip reconoce en el caso del permeámetro de carga constante, (Philip, 1985), aunque la aproximación de la esfera efectiva, señalada por la circunferencia con trazo continuo en la figura, es bastante razona-



ble. Similares diferencias han sido observadas en el análogo unidimensional, por lo que esta aproximación es aceptable.

LIMITACIONES DEL MÉTODO

Entre las limitaciones de este método además de las indicadas en el cuadro 1 por lo prolongado del tiempo de medida en suelos de textura fina, hay que citar algunas relaciones analíticas deducibles de las ecuaciones anteriores. Como el valor de la componente matricial del potencial del agua en el suelo ha de ser negativo,  $\psi_m^f < 0$ , esto implica un valor mínimo del parámetro  $a$ ,

$$a > \left[ \frac{3(h_0 + \pi^2 r_0 / 8)}{r_0 \Delta\theta} + 1 \right]^{1/3} = \left[ 1 + \delta_0 + \frac{3\pi^2}{8\Delta\theta} \right]^{1/3} = \left( \rho_{max}^3 + \frac{3\pi^2}{8\Delta\theta} \right)^{1/3} > \rho_{max} \quad (13)$$

que es evidente al examinar los argumentos de los logaritmos en la ecuación (7). Este valor marca un límite superior al cociente  $\tau_{max} / \tau_{med}$ . A su vez si  $a$  crece mucho se alcanza otro límite en el anterior cociente,

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\tau_{max}}{\tau_{med}} = \frac{1 - 3\rho_{max}^2 + 2\rho_{max}^3}{1 - 3\rho_{med}^2 + 2\rho_{med}^3} \quad (14)$$

lo que marca el límite inferior del cociente. En el cuadro 3 se indica la amplitud del intervalo de valores del cociente para un caso.

Cuadro 3.  
Intervalo de validez del cociente

$\tau_{max} / \tau_{med}$		
$\Delta\theta \text{ cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$	0.05	0.25
límite superior	2.09	2.17
límite inferior	4.64	4.88

Para facilitar la aplicación del método en campo es conveniente que el técnico pueda conocer la precisión con que ha de tomar los datos. Para ello se ha realizado un análisis de sensibilidad. En la figura 5 se resume parte de este análisis efectuado sobre los parámetros del suelo arenoso por ser éste el caso en el que una pequeña variación de la medida puede tener mayores repercusiones en los resultados.

De la figura 5 se desprende que la medida del tiempo en el que se alcanza la mitad del calado inicial,  $t_{med}$  es la que con más cuidado ha de hacerse, puesto que su variación es la que más altera el resultado final. Afortunadamente los errores que puedan cometerse en la medida del calado inicial en el tubo no tienen tanta gravedad. Obsérvese, también, que los errores en la medida de los tiempos medio y final tienden a compensarse al tener signo opuesto las perturbaciones que causan en  $K_s$ .

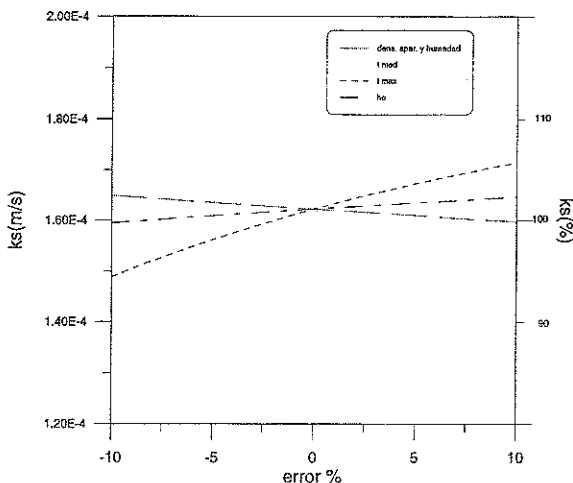


Fig. 5. Análisis de sensibilidad en las pruebas sobre el suelo arenoso de la figura 4. Porcentaje de error que se observa en la conductividad hidráulica saturada,  $k_s$  al variar en el porcentaje indicado en el eje de abscisas los parámetros expresados en el recuadro.

Como información adicional se incluyen las figuras 6 y 7, en las que se comparan las relaciones entre la razón de tiempos,  $t_{max}/t_{med}$  y el tiempo medio,  $t_{med}$ , con la conductividad hidráulica saturada para las condiciones del cuadro 3. En la figura 6 se adoptan los valores respectivos del tiempo medio,  $t_{med} = 30$  s, suelos de textura gruesa, y  $t_{med} = 3000$  s, suelos de textura media y fina, y del incremento de humedades  $\Delta \theta = 0.05 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$  y  $\Delta \theta = 0.25 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ . Las escalas del eje de abscisas se diferencian por un factor 2. Por otra parte ambas figuras 6a y 6b parecen similares. Las diferencias entre los incrementos de humedades se atenúan en la figura 7, que avisa del riesgo de errores en la estimación del tiempo medio.

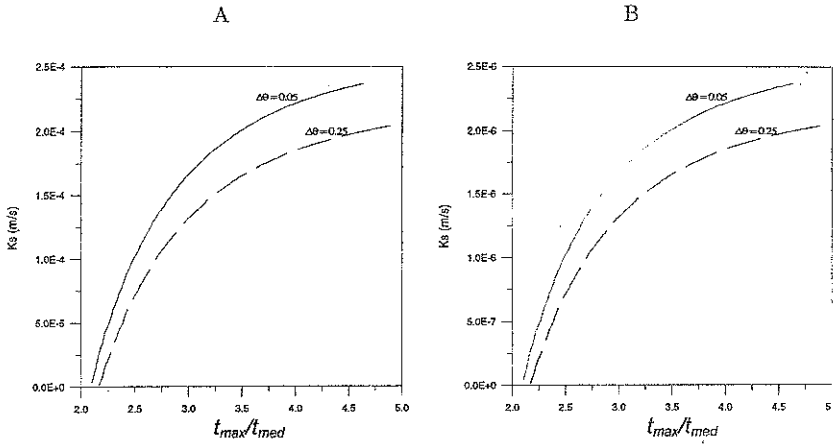


Fig. 6. Relación entre la conductividad hidráulica saturada y la razón de tiempos, para diferentes incrementos de humedad, y para un valor del tiempo medio de a)  $t_{med}=30$  s, suelos de textura gruesa, y b)  $t_{med}=3000$  s, suelos de textura media final.

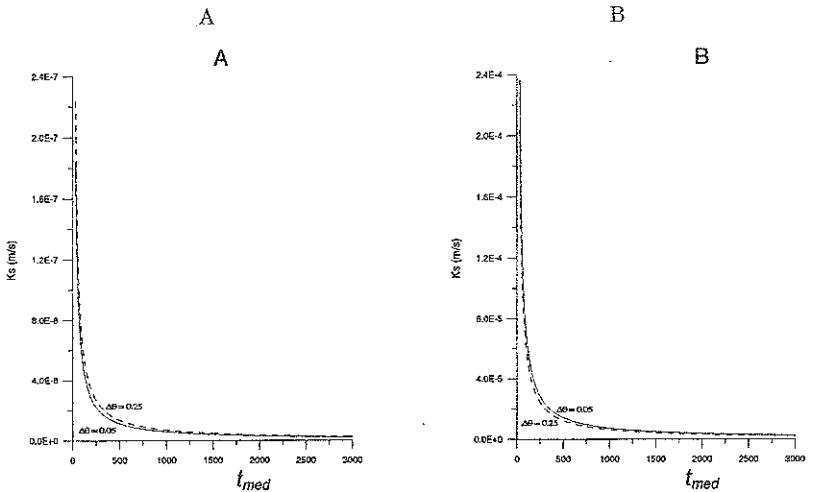


Fig. 7. Relación entre la conductividad hidráulica saturada y el tiempo medio, para diferentes incrementos de humedad, y para un valor de la razón de tiempos a) inferior, y b) superior

#### CONCLUSIONES

El método de medida de la conductividad hidráulica saturada basado en el modelo de esfera efectiva de Philip, ofrece una herramienta de gran valor para uso en numerosas situaciones de campo. Sus valores son consistentes y muestran gran repetibilidad. Los suelos arcillosos, debido al prolongado tiempo de medida, presentan alguna dificultad para aplicar el método. La medida del tiempo en el que el calado del tubo se reduce a a la mitad es la que ha de hacerse con mayor cuidado por las grandes repercusiones que tiene en el resultado final.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la colaboración de la Dra. Rafaela Ordóñez del Depto. de Suelos y riegos del CIFA de Córdoba y de Francisco del Moral del Depto. de Agronomía de la Universidad de Córdoba, en la toma de datos en el campo; la del Dr. Angel Carmona del Depto. de Matemática Aplicada de la Universidad de Córdoba, por la ayuda en el cálculo del límite de la ecuación (14), y la financiación al Proyecto AMB 95/372 de la CICYT en el transcurso del cual se ha elaborado este trabajo.

#### REFERENCIAS

- BEN-ASHER, J., C. CARCAH, Y A. ZEMEL, 1986, *Soil Sci. Soc. Am. J.* 50:882-887.
- CHOW, V.T., D.R. MAIDMENT, y L.W. MAYS, 1988, *Applied hydrology*, McGraw-Hill, Nueva York.
- PERROUX, K.M., e I. WHITE, 1988, *Soil Sci. Soc. Am. J.* 52:1205-1215.
- PHILIP, J.R., 1985, *Water Resour. Res.* 21:1025-1033.
- PHILIP, J.R., 1993, *Water Resour. Res.* 29:3763-3768.
- PULLAN, A.J., 1992, *Water Resour. Res.* 28:1041-1046.
- SCOTTER, D.A., B.E. CLOTHIER, y E.R. HARPER, 1982, *Aust. J. Soil Res.* 20:295-304.
- TALSMA, T. y P.M. HALLAM, 1980, *Aust. J. Soil Res.* 18:139-148.
- WEIR, G.J., 1986, *Water Resour. Res.* 22:1462-1468.
- WEIR, G.J., 1987, *Water Resour. Res.* 23:733-736.
- WOODING, R.A., 1968, *Water Resour. Res.* 4:1259-1273.