

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE INFILTRACIÓN DE GREEN-AMPT CON REDISTRIBUCIÓN DE HUMEDAD DEL SUELO ENTRE ENCHARCAMIENTOS

R. Muñoz-Carpena y L. Gowdich

Agric. and Bio. Engineering Dept. Univ. of Florida. 101 Frazier Rogers Hall, PO Box 110570 Gainesville, FL 32611 (USA)

RESUMEN. El método de Green-Ampt, extendido para su aplicación a fenómenos de lluvia natural por Mein y Larson (1973) y Chu (1978), es un método muy aplicado en hidrología para estimar la cantidad de agua que infiltra en el suelo y el exceso de agua que queda disponible en superficie para el fenómeno de escorrentía. Este método aporta sin embargo sólo información válida sobre el proceso superficial de infiltración (en la interfase suelo-atmósfera), pero no sobre el de redistribución, movimiento del agua en el interior del suelo al cesar la infiltración. La extensión del método de Green-Ampt con redistribución de humedad (GAR) propuesta por Ogden y Saghafian (1997) basado en Smith et al. (1993) plantea la posibilidad de simulación de procesos de infiltración en el suelo considerando múltiples estados de encharcamiento consecutivos correspondientes a diferentes periodos de lluvia. En este trabajo se presentan las bases físicas del método y mediante comparación con la solución numérica de la ecuación de Richards se evalúa su bondad para simular procesos de infiltración y redistribución bajo distintas intensidades de lluvia en 7 tipos de suelos diferentes (correspondientes a clases texturales USDA). El modelo presenta buenos resultados para estimar la infiltración total (error medio $\epsilon_F = -2.9\%$, coeficiente de eficiencia $C_{ef} = 0.997$ y raíz del error cuadrático medio $RMSE = 0.085$ cm), los cambios de humedad superficial del suelo ($\epsilon_{\theta_0} = -2.6\%$, $C_{ef} = 0.922$ y $RMSE = 0.038$ cm), y humedad media del perfil considerando espesores de control de 25 cm ($\epsilon_{\theta_{25}} = -0.7\%$, $C_{ef} = 0.837$ y $RMSE = 0.019$ m³m⁻³) y 50 cm ($\epsilon_{\theta_{50}} = -6.1\%$, $C_{ef} = 0.572$ y $RMSE = 0.034$ m³m⁻³). El método permite además obtener resultados para un caso (suelo arenoso) en el que la solución numérica de Richards no converge. A pesar de las limitaciones implícitas en las hipótesis de este método, resulta atractivo frente a otros métodos más empíricos, pues combina simplicidad con una sólida base física.

ABSTRACT. An infiltration and redistribution model based on the modified Green and Ampt equation and a redistribution scheme based on the methodology described by Ogden and Saghafian (1997) was tested. The infiltration and redistribution processes are crucial not only in the

hydrological dynamics of the system, but in the ecological dynamics as well; therefore it is necessary to accurately model these processes. The Green and Ampt with redistribution model (GAR) proposed here performed well as compared with a numerical solution of the Richard's equation across a wide range of soils defined by seven USDA soil textural classes: loamy sand, sandy loam, silt loam, clay loam, sandy clay and clay. The average error in the prediction of cumulative infiltrated depth was 2.9% and the average error in the prediction of the surface relative water content was 2.6%. As expected, errors are primarily due to the assumption of a rectangular wetting front. In addition, the average error in the prediction of average soil moisture content over 25 cm depth was 0.7%, while the average error in the prediction of average soil moisture content over 50 cm depth was 6.1%. The error in the average water content is due to the assumption of a wetting front, below which the water content is at the initial water content. This assumption results in a skew in the weighted average calculation, especially for deeper depths. In spite of GAR's limiting assumptions, it is physically based and provides an accurate description of water movement in unsaturated soils.

1. Introducción

El flujo vertical insaturado de humedad en un suelo puede describirse físicamente mediante la ecuación de derivadas parciales de Richards (1931), combinación de la ecuación de flujo insaturado de Darcy-Buckinham y la de continuidad o conservación de masa. Aunque la ecuación de Richards puede producir resultados precisos, carece de soluciones analíticas generales por lo que normalmente se requieren métodos numéricos para su resolución. Los métodos numéricos, además de introducir errores de aproximaciones, son costosos en términos de tiempo de resolución y altos requerimientos de datos espaciales, y en determinadas condiciones pueden presentar problemas de inestabilidad y errores de convergencia que inhabilitan las soluciones. Como alternativa existen otros modelos

aproximados de base física, normalmente resultantes de la simplificación de las condiciones iniciales y de contorno del problema, que pueden resultar útiles en su aplicación. En particular, para el caso de infiltración (entrada de agua en el suelo desde su superficie) el método de Green y Ampt (1911) extendido a tormentas naturales (Mein y Larson, 1973; Chu, 1978), que denominaremos GA en lo sucesivo, ha sido muy utilizado en hidrología. A pesar de sus limitaciones aparentes, el método produce buenos resultados en comparación con otros métodos aproximados si está correctamente parametrizado (Skaggs et al. 1969). El método presenta la ventaja además de que sus parámetros pueden estimarse basados en la textura del suelo gracias a los trabajos de Rawls et al. (1982; 1983).

Puesto que GA estrictamente sólo describe el fenómeno superficial de infiltración, normalmente se requiere un método complementario para describir la redistribución de humedad en el perfil del suelo. Los modelos hidrológicos y de calidad de agua existentes contienen métodos de redistribución que van desde los empíricos basados en el balance de agua en el suelo por capas (con alguna función de vertido entre capas relacionada normalmente con la conductividad del suelo) (Knisel, 1980; Addiscott y Whitmore, 1991), hasta otros más fundamentales (Smith et al. 2002). Sin embargo, por homogeneidad y desde un punto de vista operacional, es deseable que la descripción de la infiltración y la redistribución se basen en las mismas hipótesis de partida. Siguiendo esta premisa Ogden y Saghafian (1997) añadieron una componente de redistribución al modelo GA, denominado GAR en lo sucesivo, basándose en el trabajo de Smith et al. (1993). Este modelo presentó buenos resultados cuando se comparó con una solución numérica de la ecuación de Richards (Ogden y Saghafian, 1997).

El objetivo de este trabajo es presentar el modelo GAR, codificarlo, y comprobar los resultados obtenidos por Ogden y Saghafian (1997), extendiendo su aplicación a la estimación de la humedad media del suelo en un perfil de observación durante tormentas sucesivas y para un rango amplio de suelos.

2. Método de Green-Ampt de Infiltración con Redistribución (GAR)

2.1. Método de infiltración de Green-Ampt para lluvia natural

El modelo original de Green y Ampt (1911) describe la infiltración de agua en un suelo bajo condiciones de encharcamiento permanente y las siguientes hipótesis: (a) suelo encharcado con una lámina de agua h_0 somera desde el principio ($t \geq 0$); (b) suelo profundo y homogéneo, con un contenido inicial de humedad uniforme en profundidad θ_i ; y (c) frente de avance de humedad plano (flujo en forma de "pistón"), es decir el agua se mueve saturando el suelo (humedad a saturación, θ_s) a la misma velocidad en toda la sección del suelo, definido por una succión S_{av} [L] en el frente de avance. Con estas hipótesis de partida y aplicando

la Ley de Darcy entre la superficie del suelo (con $h_0 \approx 0$) y el punto a profundidad $Z=Z(t)$ [L] donde se encuentra el frente de avance, se obtiene la expresión de la tasa de infiltración del suelo o infiltración potencial (bajo condiciones de encharcamiento), f_p [LT^{-1}],

$$f_p = K_s \left(\frac{S_{av} M}{F} + 1 \right) \tag{1}$$

donde K_s [LT^{-1}] es la conductividad hidráulica saturada de Darcy; $M=(\theta_s-\theta_i)$, es la porosidad "llenable" de agua; y F_p [L] es la infiltración acumulada que para el caso del perfil rectangular (Fig. 1) es $F_p=(\theta_s-\theta_i)L = M \cdot L$, con $f_p = dF_p/dt$.

Para el caso de suelo sin encharcamiento inicial bajo lluvia constante r [LT^{-1}], Mein y Larson (1973) aplicaron la ecuación de GA calculando primero la infiltración acumulada que hace falta para llegar al tiempo de encharcamiento ($t=t_p$) y aplicando GA para el resto de la lluvia bajo encharcamiento posterior según,

$$f = r \quad ; \quad F = r \cdot t \quad \text{para} \quad t < t_p \tag{2}$$

$$f = f_p = K_s \left(\frac{S_{av} M}{F_p} + 1 \right) \quad \left. \vphantom{f = f_p} \right\} \text{para} \quad K_s (t - t_p + t_{pp}) = F - S_{av} M \ln \left(1 + \frac{F}{S_{av} M} \right) \quad t \geq t_p \tag{3}$$

donde el subíndice "p" en las infiltraciones (F_p, f_p) denota las correspondientes al suelo encharcado según la teoría de GA, y el factor t_{pp} (tiempo equivalente) permite desplazar el valor de F en $t=t_p$ al origen del plano de coordenadas (t, F). Finalmente, Chu (1978) propuso un procedimiento para calcular la infiltración para tormentas de intensidad variable como las naturales y Skaggs y Khaheel (1982) añadieron el balance de humedad superficial para considerar almacenamiento superficial (s) en el cálculo de exceso de lluvia disponible para escorrentía. Este procedimiento se basa en considerar periodos de lluvia constante dentro de la tormenta definidos por los intervalos del hietograma registrado (lluvia acumulada cada intervalo de registro dividido por el tiempo del intervalo, por ejemplo horaria, 30 ó 15 minutos en registradores de lluvia modernos). Un programa para la resolución del método capaz de procesar hietogramas naturales puede descargarse en Parsons y Muñoz-Carpena (2000). Muñoz-Carpena y Ritter (2005) presentan detalles adicionales y ejemplos de aplicación del método.

2.2. Método de infiltración con redistribución

El procedimiento presentado por Ogden y Saghafian (1997) permite considerar la redistribución de humedad en el suelo tras el suceso de lluvia partiendo de las hipótesis de GA y utilizando la curva característica del retención de humedad del suelo. El método propone que al cesar el encharcamiento superficial, debido a que la lluvia cesa o su

intensidad es $r=r_h < K_s$ (periodo denominado *hiato de lluvia*), el perfil rectangular de humedad del suelo a saturación con profundidad $Z = Z(t)$ (Fig. 1) se alarga por el efecto de las fuerzas capilar y gravitacional, mientras que su humedad volumétrica decrece desde saturación, θ_s , hasta un nuevo contenido de humedad en la superficie θ_o .

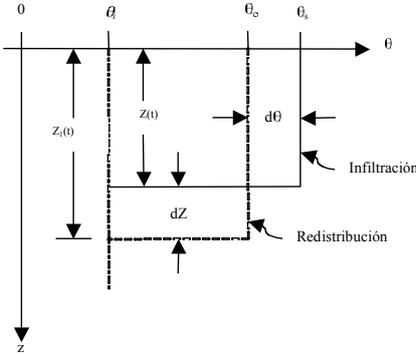


Fig. 1. Elongación del perfil de humedad durante la redistribución entre sucesos de lluvia propuesto por GAR (Ogden y Saghafian, 1997).

Durante el hiato de lluvia, la ecuación de continuidad que describe la redistribución de humedad presentada en la Fig. 1 puede presentarse en forma diferencial como (Ogden y Saghafian, 1997),

$$\frac{dZ}{dt}(\theta_o - \theta_i) + Z \frac{d\theta_o}{dt} = r_h - K(\theta_i) \quad (4)$$

donde $K(\theta_i)$ [LT^{-1}] representa el valor de la función de conductividad hidráulica insaturada para el contenido inicial de humedad del suelo. Partiendo de una forma de la ecuación de Darcy para medio insaturado propuesta por Smith et al. (1993),

$$\frac{dZ}{dt}(\theta_o - \theta_i) = \frac{K_s G(\theta_i, \theta_o)}{Z} + K(\theta_o) \quad (5)$$

donde $G(\theta_i, \theta_o)$ [L] representa la integral de impulso capilar a través del frente saturado,

$$G(\theta_i, \theta_o) = \frac{1}{K_s} \int_{h_i}^{h_o} K(h) dh \quad (6)$$

y combinando (4) y (5) se obtiene la ecuación base del cálculo de la redistribución de humedad en el método GAR propuesta por Ogden y Saghafian (1997),

$$\frac{d}{dt} \theta_o = \frac{1}{Z} \left[r_h - K_i - \left(K(\theta_o) + \frac{K_s G(\theta_i, \theta_o)}{Z} \right) \right] \quad (7)$$

con $K_i = K(\theta_i)$, constante al elegir la condición inicial para el periodo.

Existen varias expresiones analíticas de la función G dependientes de la expresión de la función de retención de humedad y conductividad insaturada del suelo elegida

(Smith et al. 2002). Para el caso de la expresión de Brooks y Corey (1964),

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left(\frac{h_b}{h} \right)^\lambda \quad K_r = \frac{K(h)}{K_s} = \Theta^{3+\frac{2}{\lambda}} \quad (8)$$

donde Θ [-] es la saturación relativa del suelo para un contenido genérico de humedad (θ) y su succión (h , [L]); h_b y λ son los parámetros de la ecuación definidos como h_b [L] presión de burbujeo o de salida del aire y λ [-] el índice de distribución de poros; y K_r es la función de conductividad hidráulica insaturada relativa. En este caso con Brooks y Corey (1964), la función $G(\theta_i, \theta_o)$ puede obtenerse integrando según (6) la ecuación (8), y dividiendo expresiones equivalentes obtenidas para $G(\theta_b, \theta)$ y $G(\theta_b, \theta_s)$,

$$G(\theta_i, \theta_o) = S_{av} \left[\frac{(\Theta_o)^{3+\frac{1}{\lambda}} - (\Theta_i)^{3+\frac{1}{\lambda}}}{1 - (\Theta_i)^{3+\frac{1}{\lambda}}} \right] \quad (9)$$

Nótese que $S_{av} = G(\theta, \theta_s)$, esto es la integral para todo el rango capilar. Para el caso de la expresión de Brooks y Corey (1964), S_{av} puede calcularse entonces como,

$$S_{av} = -h_b \frac{(2+3\lambda)}{(1+3\lambda)} \quad (10)$$

La solución explícita conjunta de las ecuaciones (7) y (9) permiten el cálculo de la redistribución de la humedad durante el hiato de lluvia. Puesto que estas ecuaciones se derivan de los mismos principios que la ecuación de Green y Ampt, los valores de la humedad relativa superficial Θ_o y profundidad del perfil saturado Z son homogéneos con los equivalentes de la ecuación de GA. Siguiendo la Fig. 1 anterior, en la Fig. 2a se presenta el proceso de redistribución durante el hiato lluvia donde el perfil de humedad se elonga hasta la profundidad $Z_1(t)$ y su contenido de humedad decrece desde la saturación a $\Theta_o(t)$. Nótese que este nuevo contenido de humedad no sólo es el superficial (insaturado) sino el de todo el perfil de humedad en redistribución.

Si durante la redistribución se produce encharcamiento ($r > f_p \approx K_s$ para tiempos suficientemente largos) el método GAR propone introducir un segundo perfil rectangular de humedad destinado a absorber el agua bajo encharcamiento. Esta nueva infiltración se calcula por GA en la fracción de porosidad disponible en la parte superior del perfil del suelo correspondiente al agua drenada durante la redistribución, esto es la humedad entre el contenido de humedad θ_i y la saturación $\theta_s = 1$ (Fig. 2b), donde el subíndice 1 indica el perfil de redistribución (primer perfil). Por lo tanto en el cálculo de la infiltración por Green-Ampt con el nuevo encharcamiento en el segundo perfil se considera ahora $M' = \theta_s - \theta_i$ y $F' = F - F_1$. A medida que el agua encharcada se infiltra, el segundo perfil saturado va penetrando en el suelo hasta la profundidad $Z_2 = Z_2(t)$. Nótese que el perfil de humedad rectangular formado por los dos rectángulos asemeja al descrito por la solución numérica de Richards donde el perfil de humedad presenta dos curvaturas (Fig.

2b). Mientras $Z_2 < Z_1$ la infiltración continua según lo descrito (avance de Z_2), así como la redistribución (avance Z_1) hasta θ_i . Este valor mínimo de humedad podría sin embargo ser seleccionado por el usuario (por ejemplo capacidad de campo o en presencia de raíces marchitez).

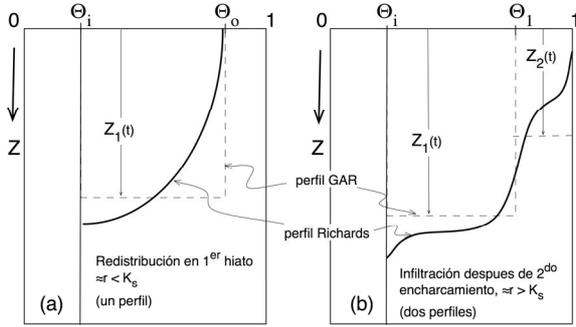


Fig. 2. Método de cálculo de redistribución de humedad usando dos perfiles superpuestos.

Si continúa el encharcamiento, cuando $Z_2 = Z_1$ los dos perfiles de unen y el cálculo de la infiltración f_p revierte a la forma original de GA con un perfil único según se describe en la ec. (3). Si por el contrario cesa el encharcamiento durante esta fase ($r < f_p \approx K_s$) antes de que $Z_2 = Z_1$, el método dicta que se consoliden los dos perfiles en uno único de profundidad Z_m para la fase de redistribución que sigue, calculado como la media ponderada de los dos perfiles ($Z_2 < Z_m < Z_1$):

$$Z_m = \frac{(\theta_1 - \theta_i)Z_1 + (\theta_s - \theta_i)Z_2}{(\theta_s - \theta_i)} \quad (11)$$

Este procedimiento limita el número de perfiles a dos y simplifica el cálculo. Ogden y Saghafian (1997) señalan que aunque la unión de los dos frentes no es físicamente correcta, esta simplificación introduce un error menor en el cálculo en tanto en cuanto se cumpla que $(\theta_1 - \theta_i) > (\theta_s - \theta_i)$, que implica que la ecuación anterior solo es válida para intervalos de redistribución durante el primer hiatos de lluvia relativamente cortos.

2.3. Predicción del cambio de humedad en la superficie del suelo mediante GAR

El procedimiento GAR permite la estimación de la humedad del suelo a lo largo de ciclos sucesivos compuestos por: i) fase de infiltración a saturación tras encharcamiento inicial (θ_s); ii) durante el hiatos al cesar el mismo (θ_o); iii) saturación tras nuevo encharcamiento (θ_s); y iv) hiatos posterior (θ_o). Sin embargo queda sin definir el incremento de humedad superficial desde (θ_i) hasta el primer encharcamiento ($0 < t < t_p$) al inicio de la tormenta. Ogden y Saghafian (1997) proponen dos alternativas para su cálculo. La primera consiste en la solución de la ecuación diferencial (7) utilizando el método de Runge-Kutta de 4° orden con la condición inicial $(\theta_o - \theta_s)/Z = 1$ en

primer paso infinitesimal de lluvia. Según los autores, como en esta parte inicial de la tormenta el perfil de humedad es sensiblemente distinto al rectángulo propuesto debido a la dominancia de la sorptividad, esta solución puede introducir errores de hasta el 10% comparados con los predichos por la ecuación de Richards. La segunda opción que mejora este error sustancialmente, se basa en sustituir $\theta = \theta_o$ y $K_s = f_p$ en la ecuación Brooks y Corey (1964) (Ec. 8) resultando,

$$\theta_o = \theta_i + (\theta_s - \theta_i) \left(\frac{r}{f_p} \right)^{\frac{1}{(3+\frac{2}{\lambda})}} \quad (12)$$

Nótese que en este periodo $f_p > r > K_s$ y para tiempo suficientemente largo $f_p \approx K_s$. Una interpretación de esta ecuación puede hacerse a través de la ecuación de Darcy para medio insaturado, donde el flujo de entrada de agua en el suelo depende de la conductividad insaturada del suelo que se iguala a f_p durante el periodo inicial antes del encharcamiento. La ec. (12) se utilizó en este trabajo para la aplicación del método GAR.

2.4. Predicción del cambio del contenido de humedad medio del suelo para una profundidad de observación deseada

Una de las aplicaciones más frecuentes de los modelos hidrológicos de la zona no saturada es la predicción de la variación contenido de humedad en un perfil del suelo hasta una profundidad deseada, Z_p , correspondiente por ejemplo a la zona radicular de un cultivo o a los horizontes bioquímicamente activos a efectos del transporte o lixiviación de un soluto. Partiendo de los perfiles rectangulares propuestos por el método se puede obtener una estimación de la humedad del suelo mediante una media ponderada de los diferentes segmentos del suelo definidos por hasta 3 contenidos de humedad distintos θ_i , θ_1 (o θ_o) y θ_s con espesores $(Z_p - Z_1)$, $(Z_1 - Z_2)$ y Z_2 , respectivamente (Fig. 2b). Para el caso de un perfil saturado (a partir del primer encharcamiento, o tras unirse los dos perfiles de redistribución y encharcamiento posterior) resultaría,

$$\theta_{avg} = \begin{cases} \frac{Z \cdot \theta_s + (Z_p - Z) \cdot \theta_1}{Z_p} & ; Z_p > Z \\ \theta_s & ; Z_p < Z \end{cases} \quad (13)$$

Esta misma expresión será válida para el caso de un solo perfil en redistribución durante el hiatos de lluvia al sustituir θ_s por θ_o . En el caso de dos perfiles tenemos,

$$\theta_{avg} = \begin{cases} \frac{Z_2 \cdot \theta_s + (Z_1 - Z_2) \cdot \theta_1 + (Z_p - Z_1) \cdot \theta_i}{Z_p} & ; Z_p > Z_1 \\ \frac{Z_2 \cdot \theta_s + (Z_p - Z_2) \cdot \theta_1}{Z_p} & ; Z_1 > Z_p > Z_2 \\ \theta_s & ; Z_p < Z_2 \end{cases} \quad (14)$$

Para la aplicación de GAR contenida en este trabajo se elaboró un código de ordenador en lenguaje PASCAL (DELPHI) a partir del de (Parsons y Muñoz-Carpena, 2000).

2.5. Comprobación del modelo GAR frente a la solución de Richards

Para determinar la bondad del modelo GAR para predecir la infiltración y redistribución del agua del suelo se comparará con la solución numérica de la ecuación de Richards proporcionada por el modelo CHEMFLO-2000 (Nofziger y Wu, 2003). Este modelo se basa en la solución por diferencias finitas de la formulación mixta de la ecuación de Richards propuesta por Celia et al. (1990) que asegura un buen balance de masa y convergencia en problemas difíciles en los que se pasa de medio saturado a insaturado rápidamente durante la simulación. CHEMFLO-2000 presenta un entorno gráfico simple y robusto diseñado para la enseñanza así como para facilitar la toma de decisiones a técnicos y gestores de recursos naturales. El programa tiene además la particularidad de que al estar escrito en el lenguaje JAVA puede ejecutarse directamente en la mayoría de los ordenadores disponibles actualmente (entornos de MS-Windows, Apple Macintosh y Unix). El entorno gráfico del programa permite seleccionar las escalas temporales y espaciales de resolución del problema así como condiciones de contorno, incluso interactivamente durante la ejecución del mismo. La parametrización de la zona no saturada puede hacerse por horizontes utilizando las ecuaciones de retención de humedad más frecuentes como la de Brooks y Corey (1964), Gardner (1958) y van Genuchten (1980). Igualmente la curva de conductividad hidráulica insaturada puede describirse mediante las expresiones propuestas por Brooks y Corey (1964), Simmons et al. (1979) y van Genuchten (1980) con varias modificaciones posteriores.

Para probar la generalidad de la aplicación del modelo GAR, siguiendo a Ogden y Saghafian (1997) se seleccionaron 7 suelos de entre los 11 tipos texturales de la clasificación USDA, desde el tipo arenoso hasta el arcilloso (Tabla 1).

Tabla 1. Características de los suelos utilizados en las simulaciones

Textura USDA	θ_s	θ_r	θ_m	h_b (cm)	λ	K_s (cm/h)	S_{av} (cm)
Arenoso	0.417	0.020	0.033	7.26	0.694	25.56	9.62
Arenoso franco	0.401	0.035	0.055	8.69	0.553	5.98	11.96
Franco arenoso	0.412	0.041	0.095	14.66	0.378	2.18	21.53
Franco limoso	0.486	0.015	0.133	20.79	0.234	0.68	33.01
Franco arcilloso	0.390	0.075	0.197	25.89	0.242	0.20	40.89
Arcillo arenoso	0.321	0.109	0.239	29.17	0.223	0.12	46.65
Arcilloso	0.385	0.090	0.272	37.30	0.165	0.06	62.25

Todos los suelos se consideraron homogéneos, isotropos y de profundidad semi-infinita (ilimitada). Los parámetros del modelo de Green-Ampt para cada caso se seleccionaron

a partir de su textura según Rawls et al. (1982, 1983). Para la descripción de las curvas de humedad y conductividad hidráulica en CHEMFLO se seleccionó el modelo de Brooks y Corey (1964), al ser ésta la utilizada en GAR para la solución de la función capilar (Ec. 8 y 9) y humedad inicial en la superficie (Ec. 12). Los valores de la succión en el frente de avance se calcularon a partir de los de Brooks y Corey (1964) según la Ec. (10) (Tabla 1).

El perfil del suelo se discretizó en segmentos de 5 cm para la solución de diferencias finitas en CHEMFLO, y como condición inicial se fijó la humedad del suelo igual a θ_i en todo el perfil, $\theta(x,0) = \theta_i$ para $x > 0$. Para la hipótesis de suelo de espesor semi-infinito no es necesaria la condición de contorno inferior y la superior se eligió para simular un suceso compuesto por dos pulsos de lluvia constante (iniciados a $t=0$ y 3 h) separados por un hiato. La duración e intensidad de lluvia utilizados para cada suelo tanto para la solución de Richards como GAR se recogen en la Tabla 2. Las intensidades se seleccionaron para garantizar el encharcamiento en cada suelo.

Tabla 2. Hietogramas de lluvia sintéticos utilizados en las simulaciones en función del tipo de suelo

Suelo	r (cm/h)	1º pulso		2º pulso	
		Inicio (h)	Durac. (h)	Inicio (h)	Durac. (h)
Arenoso	50.00	0.00	0.25	3.00	0.25
Arenoso franco	20.00	0.00	0.20	3.00	0.20
Franco arenoso	7.00	0.00	1.00	3.00	1.00
Franco limoso	4.00	0.00	1.00	3.00	1.00
Franco arcilloso	2.00	0.00	1.00	3.00	1.00
Arcillo arenoso	1.00	0.00	1.00	3.00	1.00
Arcilloso	1.00	0.00	1.00	3.00	1.00

Para la ecuación de Richards las condiciones contorno superior de la Tabla 2 corresponden durante los pulsos de lluvia al tipo 3 (mixta o de Cauchy), expresada como,

$$\begin{aligned}
 -K(h) \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{z=0} &= r \quad \text{para } t \leq t_p \\
 h(0,t) &= 0 \quad \text{para } t > t_p
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Además se considera que el exceso de lluvia producido en el encharcamiento se pierde instantáneamente por escorrentía (almacenamiento superficial, $s=0$). Durante el hiato se asume que no hay lluvia o evapotranspiración por lo que la condición de contorno equivale a una del tipo 2 (Neumann),

$$-K(h) \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0
 \tag{16}$$

Para la comparación de los resultados entre la solución de Richards, considerada como el patrón de comparación, y GAR se seleccionaron las tres salidas del modelo anteriormente descritas recogidas en dos momentos de la simulación, a) al final del hiato para el primer pulso de lluvia, y b) al final del segundo pulso de lluvia. Las tres salidas del modelo seleccionadas fueron: i) infiltración acumulada, F ; ii) contenido relativo de humedad en la superficie, θ_0 ; iii) humedades medias en el perfil de observación considerando dos espesores de 25 y 50 cm. La

humedad media del perfil de observación para el caso de Richards se calculó a partir de la salida de CHEFLOW en cada tiempo deseado como,

$$\theta_{avg} = \frac{\int_0^{Z_p} \theta(z) dz}{Z_p} ; \text{ con } Z_p = 25 \text{ y } 50 \text{ cm} \quad (17)$$

El error relativo para cada salida se calculó entonces como,

$$\varepsilon_F = \frac{(F_{Ri} - F_{GAR})}{F_{Ri}} \cdot 100 \quad \varepsilon_{\theta_o} = \frac{(\Theta_{Ri} - \Theta_{GAR})}{\Theta_{Ri}} \cdot 100 \quad \varepsilon_{avg} = \frac{(\theta_{Ri} - \theta_{GAR})}{\theta_{Ri}} \cdot 100 \quad (18)$$

La bondad del ajuste del conjunto de valores GAR con respecto a los de Richards se estableció gráficamente sobre la línea 1:1 (línea de ajuste perfecto) y mediante el coeficiente de eficiencia, C_{ef} (Nash y Sutcliffe (1970)), y la raíz del error cuadrático medio, $RMSE$, y media de los errores relativos (ec. 17) en cada caso.

3. Resultados y discusión

Los resultados obtenidos con GAR y la solución de Richards para F y Θ_o se tabulan en la Tabla 3. Nótese que los valores presentados para F al final del segundo pulso son los del incremento entre el final del hiato y este segundo pulso. En general los resultados obtenidos por GAR son muy buenos, con errores relativos medios de 2.9 y 2.6% para F y Θ_o , respectivamente y menores del <5% en todos los casos excepto en el caso de F para el segundo pulso de los dos suelos más arcillosos, y para Θ_o los dos suelos más arenosos y segundo pulso también.

Es interesante hacer notar que la comparación para el suelo arenoso no fue posible pues no se consiguió la convergencia de la solución de Richards en CHEMFLO tras probar diferentes resoluciones espaciales y temporales de la solución.

Tabla 3. Comparación de resultados de infiltración acumulada y humedad superficial obtenidos

Suelo	Pulso de lluvia	Richards		GAR		ε_F %	ε_{θ_o} %
		F_{Ri} (cm)	Θ_o	F_{GAR} (cm)	Θ_o		
Arenoso	1	--	--	10.16	0.510	--	--
	2	--	--	8.86	0.580	--	--
Arenoso franco	1	3.44	0.495	3.50	0.516	-1.7	-4.2
	2	2.82	0.511	2.91	0.596	-3.2	-16.6
Franco arenoso	1	6.00	0.701	6.14	0.732	-2.3	-4.4
	2	4.40	0.717	4.60	0.806	-4.5	-12.4
Franco limoso	1	3.70	0.786	3.71	0.772	-0.3	1.8
	2	2.56	0.839	2.65	0.842	-3.5	-0.4
Franco arcilloso	1	1.70	0.816	1.68	0.800	1.2	2.0
	2	1.10	0.867	1.15	0.865	-4.5	0.2
Arcilloso arenoso	1	0.87	0.858	0.89	0.849	-2.3	1.0
	2	0.62	0.896	0.66	0.903	-6.5	-0.8
Arcilloso	1	0.84	0.878	0.84	0.862	0.0	1.8
	2	0.55	0.919	0.59	0.912	-7.3	0.8

Con el ánimo de obtener una solución para este caso se probó la solución de la ecuación de Richards mediante elementos finitos con el programa HYDRUS-1D (Simunek et al. 1998). El método de elementos finitos en ocasiones es superior al de diferencias finitas al carecer de errores de truncación típicos de las diferencias finitas y que pueden afectar la convergencia y errores de masa de la solución. Sin embargo no se obtuvo convergencia tampoco en este caso para el suelo arenoso. Los resultados de HYDRUS-1D para el resto de los suelos fueron muy similares con diferencias porcentuales medias con respecto a CHEMFLO de 1.1% (rango 0.0-6.9%) para F y de 0.1% (rango 0.0-0.7%) para Θ_o . Es de destacar que el control de la discretización temporal en HYDRUS-1D es interna con lo que el usuario carece de la posibilidad de refinar la solución, lo que quizá hubiera ayudado en este caso. Por esta razón se omitirán los resultados del suelo arenoso en adelante. En la Fig. 3 se presenta una comparación gráfica de la evolución del contenido superficial de humedad durante las simulaciones con ambos métodos. Por lo general GAR tiende ligeramente a la sobre-predicción excepto para los dos suelos más ligeros (arenoso-franco y franco-arenoso), en los que la predicción cae por debajo y las diferencias aumentan de forma más notable tras el segundo pulso de lluvia, con errores del -16.6 y -12.4% (parte inferior de la Fig. 3). Estas diferencias de humedad superficial sin embargo no parecen afectar a las estimaciones de los valores de F (Tabla 3). La bondad de las predicciones puede observarse también frente a la línea 1:1 en la Fig. 4. En el caso de la humedad superficial se observan el efecto de los dos suelos más ligeros (valores menores que 0.6 en la Fig. 4). En conjunto la calidad de las predicciones de GAR es elevada como recogen los estadísticos de la Tabla 4.

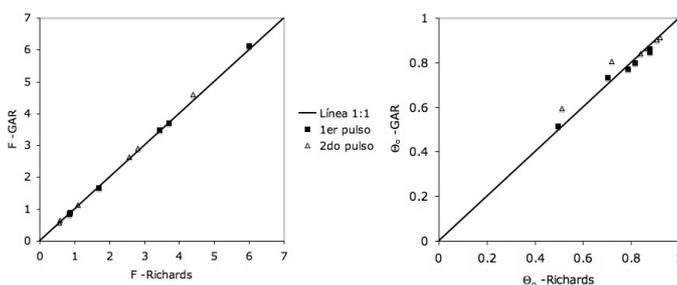


Fig. 3. Comparación gráfica de los resultados de infiltración acumulada (cm) y humedad en la superficie del suelo ($m^3 m^{-3}$) obtenidos por el método GAR y la ecuación de Richards.

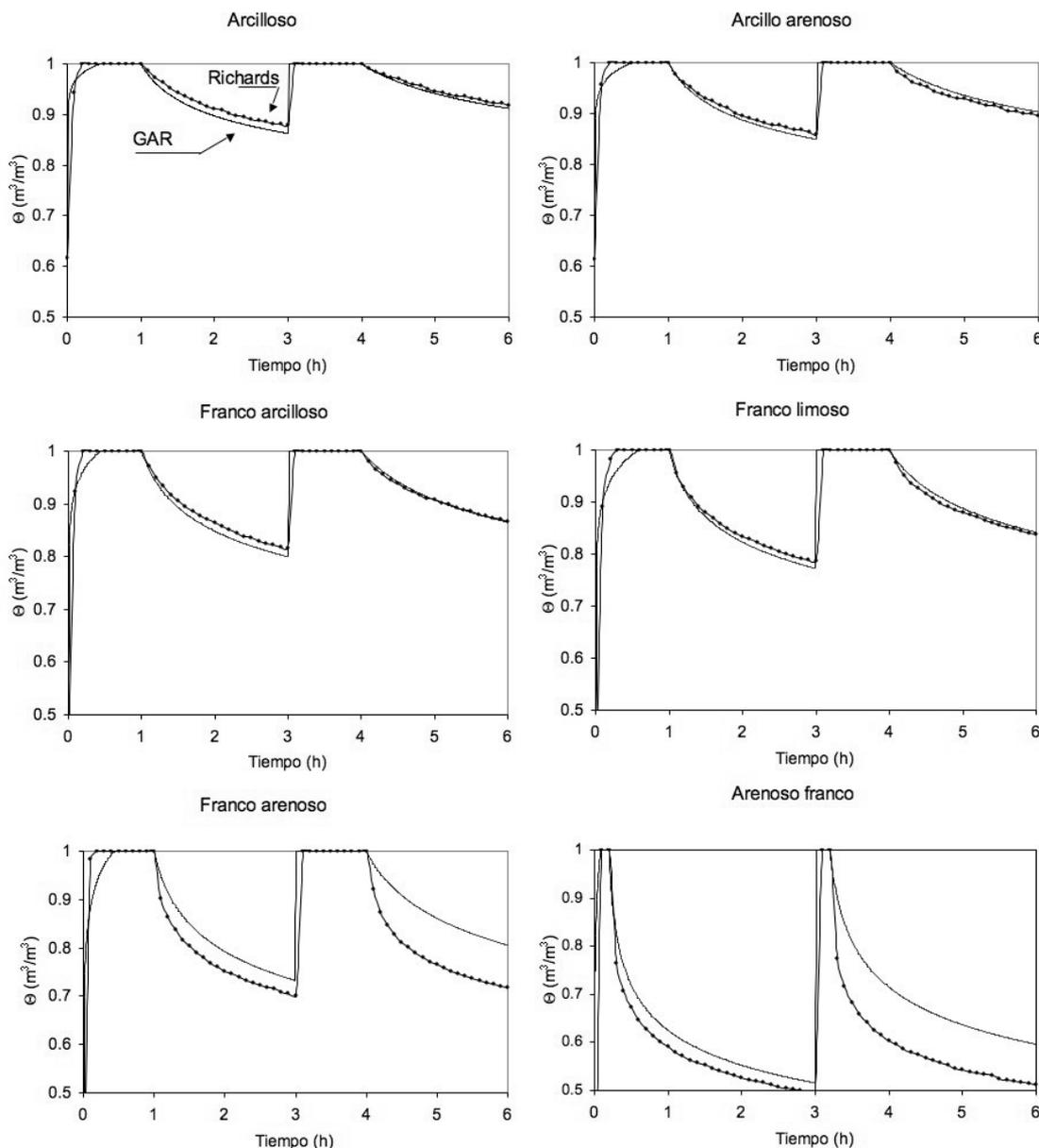


Fig. 4. Comparación de los resultados de contenido relativo de humedad en la superficie del suelo. El suelo arenoso no se incluye al no haberse obtenido solución de Richards (ver texto).

Tabla 4. Resumen de coeficientes de bondad del ajuste obtenido entre las predicciones de GAR frente a los valores de Richards.

Coefficiente ^{1,2}	F	Θ_o	$\theta_{avg} - 25 \text{ cm}$	$\theta_{avg} - 50 \text{ cm}$
C_{ef}	0.997	0.922	0.837	0.572
$RMSE$	0.087 cm	0.038 m ³ m ⁻³	0.019 m ³ m ⁻³	0.034 m ³ m ⁻³
ε -medio	-2.9%	-2.6%	-0.7%	-6.1%

¹ n=12; ² C_{ef} = Coeficiente de eficiencia (Nash y Sutcliffe, 1970) o coeficiente de correlación con respecto a la línea 1:1; $RMSE$ = Raíz del error cuadrático medio; ε -medio= media de los errores relativos de las Tablas 3 y 5.

Ogden y Saghafian (1997) atribuyeron la diferencias encontradas en los valores de F a la sobre-estimación del tiempo al encharcamiento, t_p , por GAR. Sin embargo, la Fig. 3 muestra que incluso en casos en los que el error es mayor, el error con respecto al valor de F es menor (por

ejemplo el suelo franco-limoso). De hecho, éste no parece ser un error destacable del método habidos los buenos resultados encontrados (Fig. 4). En el caso de la humedad superficial, especialmente para los dos suelos más ligeros, estos errores pueden derivarse de la hipótesis de perfil rectangular frente al curvilíneo normalmente observado y descrito por la ecuación de Richards. Aunque los resultados muestran que esta hipótesis es razonable en general, para el caso de los más ligeros introduce errores notables asociados al proceso de redistribución. En suelos de textura gruesa, con alta conductividad hidráulica, la superficie del suelo se seca rápidamente por gravedad al cesar la lluvia, mientras se acumula humedad en las partes inferiores produciéndose un perfil marcadamente curvilíneo con la profundidad. Este efecto gravitacional está más compensado por las fuerzas capilares para suelos de textura más fina, con lo que éstos

mantienen un perfil más rectangular durante la redistribución. Ogden y Saghafian (1997) proponen un valor límite de $K_s < 1$ cm/h por encima del cual el error en Θ_0 es notable. Smith et al. (1993), en la ecuación original en la que se basan Ogden y Saghafian (1997) para proponer la utilizada en GAR (ec. 7), incluyen factores de escalado y elongación que permiten definir un perfil curvilíneo que ofrece buenos resultados también en el caso de suelos con conductividades hidráulicas altas.

Tabla 5. Comparación de resultados de humedad media de los perfiles de observación de 25 y 50 cm elegidos

Suelo	Pulso lluvia	Richards		GAR		ϵ_{25} %	ϵ_{50} %
		$\theta_{Richards}$ 25 cm	$\theta_{Richards}$ 50 cm	θ_{GAR} 25 cm	θ_{GAR} 50 cm		
Arenoso franco	1	0.193	0.124	0.195	0.125	-1.0	-0.8
Franco	2	0.248	0.182	0.253	0.183	-2.0	-0.5
Franco	1	0.310	0.216	0.313	0.218	-1.0	-0.9
arenoso	2	0.332	0.306	0.340	0.310	-2.4	-1.3
Franco	1	0.279	0.206	0.281	0.207	-0.7	-0.5
limoso	2	0.383	0.258	0.388	0.260	-1.3	-0.8
Franco	1	0.263	0.230	0.264	0.231	-0.4	-0.4
arcilloso	2	0.308	0.252	0.295	0.214	4.2	15.1
Arcillo	1	0.274	0.296	0.275	0.257	-0.4	13.2
arenoso	2	0.257	0.269	0.301	0.218	-17	19.0
Arcilloso	1	0.305	0.289	0.306	0.289	-0.3	0.0
	2	0.327	0.300	0.282	0.207	13.8	31.0

La comparación de la humedad media del perfil hasta las dos profundidades seleccionadas se recoge en la Tabla 5. En general los errores son bajos, con medias de -0.7 y 6.1% para los perfiles de 25 y 50 cm, respectivamente, aunque el ajuste es inferior al obtenido para las otras salidas del modelo (Tabla 4). Los errores son más notables al final del segundo pulso de lluvia para los suelos arcillosos. Esto puede observarse gráficamente en la Fig. 5, donde los valores separados de la línea 1:1 pertenecen al final del segundo pulso de lluvia, con excepción del suelo arcillo arenoso que también ocurre en el primer pulso.

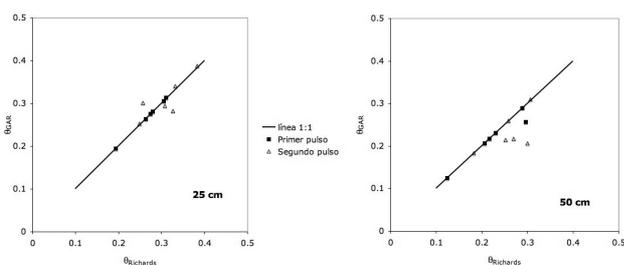


Fig. 5. Comparación gráfica de los resultados de humedad media ($m^3 m^{-3}$) de los perfiles de observación seleccionados de 25 y 50 cm obtenidos por el método GAR y la ecuación de Richards

El mayor error obtenido para estos perfiles arcillosos a la mayor profundidad es debido a la hipótesis de GA del frente de avance plano ("pistón"). En la Fig. 2 puede observarse esquemáticamente como el perfil de redistribución descrito por Richards puede alargarse por debajo del frente de avance plano, especialmente en suelos arcillosos por efecto de la capilaridad.

4. Conclusiones

La comparación del método de infiltración de Green-Ampt con redistribución (GAR) frente a los resultados establecidos de solución numérica de la ecuación de Richards nos presenta este procedimiento como un método robusto para un rango amplio de suelos que permite obtener buenas predicciones de infiltración acumulada, variación de humedad superficial, y valores de humedad media del perfil desde la superficie hasta diferentes profundidades de interés. Entre las ventajas del método, además de su simplicidad frente a las soluciones de Richards, destacan su buena base física (frente a otros métodos más empíricos), y robustez, permitiendo obtener soluciones incluso en casos en los que las soluciones de Richards no convergen.

Aunque en general las salidas del modelo se ajustan bien a las de Richards, la infiltración acumulada ofrece los mejores resultados para todos los suelos. El tipo de suelo afecta la bondad de las predicciones para las otras salidas del modelo consideradas. Así, la predicción de la humedad superficial del suelo es inferior para suelos de conductividades hidráulicas saturadas altas (>1 cm/h) como es el caso de los arenosos. Estos errores están relacionados con la rápida deformación del perfil de humedad en superficie por efecto de la dominancia relativa de las fuerzas gravitacionales en estos suelos al cesar la saturación (compensadas en los otros suelos por fuerzas capilares). En el caso de las predicciones de la humedad media del perfil, estas son inferiores en los suelos arcillosos donde el perfil de humedad se elonga más fácilmente por debajo del frente plano propuesto por las hipótesis de Green-Ampt.

El método GAR se está incorporando por nuestro equipo en el modelo ecológico EDYS (Childress et al. 1999; McLendon et al. 2001) diseñado para evaluar el impacto de los cambios medio ambientales sobre comunidades vegetales y animales. En este proyecto se están considerando los efectos de la evapotranspiración (y su distribución dentro del perfil del suelo), así como el impacto que ésta puede tener sobre los límites de la redistribución por debajo del valor de contenido inicial fijado en GAR. Por último se han incorporado una serie de modificaciones para adaptar el método a un entorno de simulación continua.

Agradecimientos. Este trabajo está financiado parcialmente por el U.S. Corp of Engineers y Montgomery, Harza, Watson (MWH) Inc. y ha sido aprobado como publicación de la Estación Experimental Agrícola de Florida (Florida Agricultural Research Station).

Referencias

- Addiscott, T.M. y Whitmore. 1991. Simulation of solute leaching in soils of different permeabilities. *Soil Use and Management* 7(2): 94-102 pp.
- Brooks, R.H., y Corey, A.T. 1964. Hydraulic Properties of Porous Media. Hydrology Paper 3. Colorado State University. Fort Collins, Colorado.
- Childress, W., Price, D., Coldren, C. y McLendon, T. 1999. A Functional Description of the Ecological Dynamic Simulation (EDYS) Model, With Applications for Army and Other Federal Land Managers. US Army Corps of Engineers, Construction Engineering Research Laboratory Technical Report. CERL TR-99-55 pp.

- Chow, V.T., Maidment, D.R. y Mays, L.W. 1994. Hidrología Aplicada. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- Chu, S.T. 1978. Infiltration During an Unsteady Rain. *Water Resources Research* 14(3): 461-466 pp.
- Celia, M.A., Bouloutos, E.T. y Zarba, R.L. 1990. A General Mass-Conservative Numerical Solution for the Unsaturated Flow Equation. *Water Resources Research* 26: 1483-1496 pp.
- Gardner, W.R. 1958. Some Steady State Solutions of the Unsaturated Moisture Flow Equation with Application to Evaporation from a Water Table. *Soil Science* 85: 228-232 pp.
- Green, W.H. y Ampt, G. 1911. Studies of Soil Physics, Part I – The Flow of Air and Water Through Soils. *Journal of Agricultural Science*, 4: 1-24 pp.
- Knisel, W.G. (ed.). 1980. CREAMS: a field-scale model for chemicals, runoff, and erosion from agricultural management systems. U. S. Department of Agriculture, Conservation Research Report No. 26.
- McLendon, T., Childress, W., Coldren, C. y Price, D. 2001. EDYS Experimental and Validation Results for Grassland Communities. US Army Corps of Engineers, Construction Engineering Research Laboratory Technical Report. CERL TR-01-54.
- Mein, R.G. y Larson, C.L. 1973. Modeling Infiltration during a Steady Rain. *Water Resources Research* 9(2): 384-394 pp.
- Muñoz-Carpena, R. y Ritter, A. 2005. Hidrología Agroforestal. 360 pp. Ed. Mundi-Prensa, S.A. Madrid: Spain.
- Nash, J.E., y Sutcliffe, J.V. 1970. River flow forecasting through conceptual models. Part 1-A discussion of Principles. *J. Hydrol.* 10: 282-290 pp.
- Nofziger, D.L. y Wu, J. 2003. CHEMFLO-2000: Interactive Software for Simulating Water and Chemical Movement in Unsaturated Soils. Oklahoma Agricultural Experiment Station. Oklahoma State University. Stillwater, Oklahoma.
- Ogden, F.L. y Saghafian, B. 1997. Green and Ampt Infiltration with Redistribution. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* 123(5): 386-393 pp.
- Parsons, J.E. y Muñoz-Carpena, R. 2000. Green-Ampt Infiltration for Unsteady Rainfall Model, Gampt. Disponible en <http://carpena.ifas.ufl.edu/software/gampt.html> (consultado el 20 Abril 2005). NC State University, North Carolina y University of Florida, Florida, USA.
- Rawls, W.J., Brakensiek, D.L. y Saxton, K.E. 1982. Estimation of Soil Water Properties. *Transactions of the ASAE* 25(5): 1316 – 1330 pp.
- Rawls, W.J., Brakensiek, D.L. y Miller, N. 1983. Green-Ampt Infiltration Parameters from Soils Data. *Journal of Hydraulic Engineering ASCE* 109(1): 62 – 70 pp.
- Richards, L.A. 1931. Capillary Conduction through Porous Mediums. *Physics* 1: 313-318 pp.
- Simmons, C.S., Nielsen, D.R. y Biggar, J.W. 1979. Scaling of Field-Measured Soil Water Properties. *Hilgardia* 47: 77-173 pp.
- Simunek, J., Sejna, M. y van Genuchten, M. Th. 1998. The HYDRUS-1D software package for simulating the one-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media. Version 2.0, IGWMC-TPS-70, International Ground Water Modeling Center, Colorado School of Mines, Golden, Colorado.
- Skaggs, R. W. y Khaheel, R. 1982. Capítulo 4: Infiltration. 121-168 pp. En: C.T. Haan, H. P. Johnson y D. L. Brakensiek (eds.). Hydrologic modeling of small watersheds. Monograph No. 5. ASAE: St. Joseph, MI.
- Skaggs, R. W., Huggins, L.F., Monke, E.J. y Foster, G.R. 1969. Experimental evaluation of infiltration equations. *Transactions of the ASAE* 12(6): 822-828 pp.
- Smith, R.E., Corradini, C. y Melone, F. 1993. Modeling Infiltration for Multistorm Runoff Events. *Water Resources Research* 29(1): 133-144 pp.
- Smith, R., Smettem, K.R.J., Broadbridge, P. y Woolhiser, D.A. 2002. Infiltration Theory for Hydrologic Applications. Water Resources Monograph Series, Vol. 15, 210 pp. AGU: Washington DC.
- Van Genuchten, M.Th. 1980. A Closed-Form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. *Soil Science Society of America Journal* 44: 892-89 pp.