

## TEORIA DE CONJUNTOS FUZZY APLICADA AL ESTUDIO DE LA DINÁMICA DEL AGUA Y DE LOS SOLUTOS EN EL SUELO

A. L. Souza<sup>1</sup>, E. E. Matura<sup>2</sup> y J. H. Miranda<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Agua e Solo, FEAGRI/UNICAMP, Campinas-SP; anderson@agr.unicamp.br

<sup>2</sup> Departamento, de Agua e Solo, FEAGRI/UNICAMP, Campinas-SP; matura@agr.unicamp.br

<sup>3</sup> Departamento, Ciências Exatas, ESALQ/USP, Piracicaba-SP; jhmirand@esalq.usp.br

**RESUMEN.** El éxito de los modelos numéricos en describir la dinámica del agua y de los solutos en el suelo está íntimamente relacionado con la precisión con que los parámetros físico-hídricos que rigen estos procesos son determinados. Este ha sido el gran desafío en el uso de esta metodología, una vez que, en general, tales parámetros son difíciles de determinarse y presentan una gran variabilidad espacial en el suelo. De esta forma, se muestra necesario la proposición y la utilización de metodologías que incorporen, de una manera apropiada, las incertidumbres intrínsecas al desplazamiento del agua y de los solutos en el suelo. Debido a esto, en este trabajo se utilizó un modelo basado en reglas fuzzy, para describir el desplazamiento vertical del agua y del potasio en el suelo. Por tanto, se construyó una base de reglas a partir de un conjunto de entrenamiento, obtenido de las simulaciones numéricas de estos procesos, bajo diferentes condiciones iniciales. Tales simulaciones numéricas se realizaron utilizando el modelo computacional MIDI, propuesto por Miranda (2001). La construcción del modelo basado en reglas fuzzy se hizo utilizando el software MATLAB 6.5. Cuando se comparan los resultados obtenidos en el estudio experimental del desplazamiento del agua y del potasio en el suelo no saturado, el modelo basado en reglas fuzzy se mostró bastante satisfactorio, demostrando el potencial del uso de la lógica fuzzy en el estudio de la dinámica del agua y de los solutos en el suelo.

**ABSTRACT.** The success of the numerical models in describing the water and the solute dynamics depends on the precision that the physical and hydrodynamic parameters are determined. That has been the great challenge in the use of this methodology because these parameters have a big spatial variability in the soil. For this reason the use of methodologies that are able to incorporate the imprecision of this process are required. In this work a fuzzy rule-based model was used to describe the vertical water and potassium displacement in the soil. The rules base was obtained using a training set that was constructed using numerical data. For the numerical simulation the computational model MIDI proposed by Miranda (2001) was used. The fuzzy rules-based-model was constructed using the MATLAB 6.0 software. The

results obtained with the fuzzy rule-based model have a good agreement with the experimental data, showing the potential of the use of the fuzzy logic in water and solute dynamics studies.

---

### 1. Introducción

El mantenimiento de la productividad agrícola en niveles elevados, con el fin de atender la creciente demanda de fibras y alimentos, es uno de los grandes desafíos de la actualidad. En este sentido, la utilización de productos químicos así como el consumo de agua viene intensificándose cada vez más en las actividades agrícolas.

El transporte de estos productos químicos en el suelo a través del agua, para regiones localizadas bajo el sistema radicular, además de caracterizar un perjuicio económico, puede comprometer la calidad del agua de los acuíferos subterráneos.

Por ello, conocer la dinámica del agua y de los solutos en el suelo no saturado es muy importante para la proposición de técnicas y medidas que, además de ganancias económicas, viabilicen la explotación racional y preservación de los recursos hídricos.

De acuerdo con Souza (2002), debido a los altos costes y a las dificultades desarrolladas en las investigaciones de campo, la utilización de modelos matemáticos se muestra bastante ventajosa por la rapidez y por la precisión de los resultados obtenidos.

Debido a esto, a continuación se presentan los modelos matemáticos utilizados para describir el movimiento del agua y de los solutos en el suelo.

Según Libardi (1995), combinando la ley de continuidad con la ecuación de Darcy y Buckingham, en 1931, Richards presentó el modelo general del movimiento de un líquido en un medio poroso no saturado y no expansivo, que se conoce como ecuación de Richards.

De acuerdo con los objetivos de ese trabajo, se considerará sólo el movimiento del agua a lo largo de la coordenada vertical  $z$ . En este caso, la ecuación de Richards puede describirse como aparece en la ecuación 1.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\theta) \frac{\partial \phi_m}{\partial z} \right] + \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \quad (1)$$

donde:

$\theta$  = humedad volumétrica del suelo ( $L^3L^{-3}$ );

$K(\theta)$  = conductividad hidráulica del suelo ( $LT^{-1}$ );

$z$  = coordenada vertical de posición (L);

$\phi_m$  = potencial matricial (L);

$t$  = tiempo (T).

De acuerdo con Rivera (2004), Miranda (2001) y Costa (1998) el movimiento de los solutos en el suelo se debe al movimiento del agua en el suelo, a los gradientes de su concentración en la solución del suelo y de su interacción con la matriz del suelo. Por ello, según van Genuchten y Wierenga, (1976), considerándose la humedad volumétrica del suelo ( $\theta$ ) y la densidad de flujo de la solución ( $q$ ) constantes en el tiempo y en el espacio el modelo matemático que describe el transporte de los solutos en el suelo, ecuación 2, tiene como principales parámetros el coeficiente de dispersión hidrodinámica  $y$ , en el caso de que haya interacción entre el ión estudiado con la matriz del suelo, el factor de retraso.

$$R \frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - v \frac{\partial C}{\partial z} \quad (2)$$

donde:

$C$  = concentración del soluto en el suelo ( $ML^{-3}$ );

$t$  = tiempo (T);

$D$  = coeficiente de dispersión hidrodinámica longitudinal ( $L^2 T^{-1}$ );

$v$  = la velocidad de la solución en el suelo ( $LT^{-1}$ );

$z$  = profundidad del suelo (L)

$R$  = factor de retraso (adimensional), presentado en la ecuación 3.

$$R = 1 + \frac{\rho k}{\theta} \quad (3)$$

donde:

$R$  = factor de retraso (adimensional);

$k$  = coeficiente empírico de distribución ( $L^3M^{-1}$ );

$\rho$  = densidad global del suelo ( $ML^{-3}$ );

Las ecuaciones 1 y 2 no poseen soluciones analíticas, por ello, de acuerdo con Rivera (2004), debido a la popularización y al aumento de la capacidad de procesamiento de los ordenadores, se viene dedicando mucho esfuerzo a la resolución numérica de las mismas.

Según Barros y Bassanezi (2001), esos tipos de modelos numéricos tienen como característica esencial la precisión obtenida en las previsiones de los fenómenos que describen. Por otro lado, las previsiones o inferencias hechas por esos modelos son siempre dependientes de las informaciones que están insertadas en los valores medios de los parámetros utilizados. En base a esta afirmación, se hacen evidentes por lo menos dos grandes desafíos en la utilización de ese tipo de modelos en el estudio de la dinámica del agua y de los solutos en el suelo. El primero de estos desafíos es que mediante la gran variabilidad de

los parámetros físico-hídricos del suelo, no es posible considerar sus valores medios. Esto restringe la utilización de esos modelos sólo para áreas en donde la distribución espacial de esos parámetros sea conocida. El segundo desafío se debe a la dificultad asociada para la evaluación experimental y/o cuantificación de tales parámetros.

En ese sentido, debido a la capacidad de producción de cálculos e inferencias a partir de informaciones borrosas, la utilización de la teoría de conjuntos fuzzy viene difundiéndose dentro de las ciencias del suelo (McBretney y Odeh, 1997). De acuerdo con Bardossy (1996), el modelo basado en reglas fuzzy, en general, es menos preciso que el modelo basado en ecuaciones diferenciales, por otro lado, es más robusto en cuanto a la variación de parámetros lo que hace que esta metodología sea más flexible.

Bardossy (1996) y Dou et al. (1999) afirman que un modelo basado en reglas fuzzy construido para describir la dinámica del agua y de los solutos en una determinada región con un determinado tipo de suelo puede ser fácilmente extrapolado para describir estos fenómenos en otras regiones con otro tipo de suelo.

Tal extrapolación depende sólo de la determinación de parámetros de fácil obtención tales como la conductividad hidráulica saturada y la humedad volumétrica saturada del suelo.

Otra característica del modelo basado en reglas fuzzy es que, al contrario del modelo numérico, donde, según Carrilho y Amendola (1992), la búsqueda de una solución más exacta, lleva a la proposición de métodos numéricos cada vez más sofisticados, los modelos obtenidos son transparentes y facilitan la interacción con los diferentes tipos de usuarios. Tal característica es importante dado que, según Naime (2001), el estudio del suelo debe ser de carácter multidisciplinar, involucrando a los propios usuarios de la tierra, a toda la comunidad científica y a aquellos que hacen las leyes y toman las decisiones en la sociedad como abogados y políticos.

Bardossy y Disse (1993), evaluaron el desarrollo de dos modelos basados en reglas fuzzy para describir el proceso de infiltración de agua en el suelo. En el primero, la base de reglas fuzzy se obtuvo a partir de la ecuación de Green y Ampt, en el segundo modelo la base de reglas se construyó a partir de la simulación numérica de la ecuación de Richards para flujo vertical. Según los mismos autores, cuando se comparan los datos experimentales, el modelo cuya base de reglas fuzzy se construyó a partir de la simulación numérica de la ecuación de Richards presentó los mejores resultados. Esto es debido a que, de manera general, el modelo de Richards describe con mayor fidelidad el proceso de infiltración que el modelo de Green y Ampt.

Bardossy et al. (1995) construyeron un modelo basado en reglas fuzzy para describir la dinámica y la tridimensional del agua en el suelo. La base de reglas utilizada se construyó a partir de la simulación numérica de la ecuación de Richards para la dinámica vertical y horizontal del agua en el suelo. De acuerdo con estos autores, el modelo presentó buenos resultados indicando que este tipo de modelo presenta un gran potencial para la predicción de la dinámica del agua en el suelo.

Bardossy (1996), construyó un modelo basado en reglas fuzzy para describir la dinámica vertical del agua en el suelo. La base de las reglas se construyó a partir de la simulación numérica de la ecuación de Richards. Este autor evaluó el desarrollo del modelo basado en reglas fuzzy con el modelo de Green y Ampt, en la predicción de datos experimentales del desplazamiento vertical del agua en el suelo. El modelo basado en reglas fuzzy presentó mejores resultados.

Dou et al. (1999) desarrollaron un modelo basado en reglas fuzzy, para describir la dinámica del agua y de los solutos en el suelo. El modelo propuesto por esos autores posee dos bases de reglas, una para describir la dinámica del agua en el suelo y la otra para describir la dinámica de los solutos. Ambas bases de reglas se construyeron a partir de la simulación numérica de la ecuación de Richards (Ec. 1) y de la simulación numérica de la EDP que rige el transporte de los solutos en el suelo (Ec. 2). La simulación numérica se hizo utilizando el modelo computacional SWMS\_2D propuesto por Simunek et al. (1993). El modelo propuesto por estos autores se utilizó para describir la curva de elución del brometo en una columna de suelo y se generalizó para describir el mismo proceso en diferentes tipos de suelos, bajo diferentes condiciones de contorno.

En todos los casos, los resultados obtenidos son similares a los observados experimentalmente y a los datos simulados utilizando el SWMS\_2D.

Al analizar los trabajos arriba descritos, queda evidente el potencial del uso de la lógica fuzzy como una forma de simplificación y de flexibilización de los modelos clásicos utilizados para describir la dinámica del agua y de los solutos en el suelo. Tal constatación refuerza la afirmación hecha por Bardossy (1996), según el cual, la utilización de el modelo basado en reglas fuzzy en el estudio de la dinámica del agua y de los solutos en el suelo no debe encararse como una forma de sustitución de los modelos físicos ya existentes, pero sí, como un paso siguiente para la simplificación.

## 2. Material y métodos

El modelo basado en reglas fuzzy (MBRF) fue propuesto inicialmente por Mamdani en 1974 y busca, a través de un conjunto de reglas fuzzy, aquí denominado base de reglas, absorber y reproducir el conocimiento acerca de un determinado proceso. La base de reglas puede construirse a partir del conocimiento de especialistas y/o a partir de resultados experimentales o, en algunos casos, a partir de conjuntos de datos teóricos.

En la Fig. 1 se presenta de forma esquemática la configuración de un modelo basado en reglas fuzzy. A través de esta figura se percibe que, una vez construida una base de reglas apropiada, dando un valor de entrada numérica, en una etapa denominada fuzzificación, este valor de entrada se describe cualitativamente a través de la utilización de variables lingüísticas a partir de las cuales la variable de entrada pasa a estar asociada a la de conjuntos fuzzy (Bardossy y Duckstein, 1995). La utilización de reglas fuzzy permite que una misma premisa lleve a

diferentes consecuencias, en otras palabras, un mismo valor de entrada puede estar asociado, con diferentes grados de pertinencia, a los diferentes conjuntos fuzzy. Debido a esto, posteriormente a la etapa de fuzzificación, es necesario la utilización de un sistema de inferencia, a partir del que se obtiene una única respuesta. Cabe resaltar que en esta etapa, la respuesta obtenida está asociada a un conjunto fuzzy, por ello, es necesario la transformación de esta respuesta fuzzy en una respuesta numérica. Esta etapa recibe el nombre de defuzzificación.

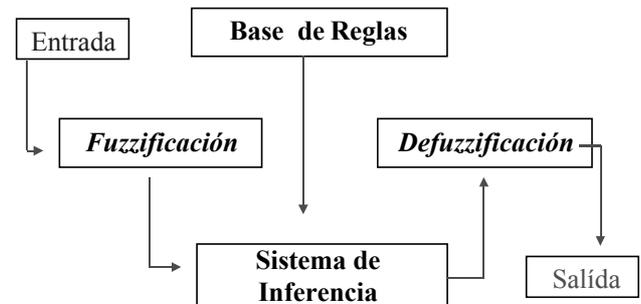


Fig.1 Configuración del modelo basado en reglas fuzzy.

Al igual que en Bardossy (1996), en este trabajo, la construcción del modelo basado en reglas fuzzy será hecha en base a los datos teóricos, aquí denominados conjunto de entrenamiento, obtenidos a partir de la simulación numérica de la ecuación que describe la dinámica vertical del agua en un medio poroso, ecuación (1). Para la obtención del conjunto de entrenamiento se utilizó el programa computacional MIDI propuesto por Miranda (2001) a partir del cual, se hicieron simulaciones numéricas de la dinámica vertical del agua bajo diferentes condiciones iniciales.

Una vez construido el conjunto de entrenamiento, a continuación se presentan los procedimientos utilizados para la construcción de la base de reglas fuzzy.

En este trabajo, se utilizó una base de reglas para describir la dinámica vertical del agua en el suelo. Del mismo modo que en Bardossy y Disse (1993), Bardossy et al. (1995), Bardossy (1996) y Dou et al. (1999), la principal presuposición hecha para la creación de las reglas que describen la dinámica del agua en el suelo, es que el movimiento vertical del agua en el suelo en un determinado instante y en un determinado punto a lo largo de su perfil depende, casi exclusivamente, del contenido de humedad de la región inmediatamente próxima a ese punto.

Debido a esto, de forma general, las reglas fuzzy que constituirán la base de reglas para describir la dinámica del agua en el suelo utilizadas en este trabajo presentan la siguiente configuración:

“Si la humedad en un punto (P1) es alta y la humedad al punto adyacente abajo de (P1), (P2), es alta, entonces la densidad de flujo entre los dos puntos es alto”.

Una vez establecida la estructura de las reglas, se utilizó el paquete de computación científica MATLAB 6.5 para construir un sistema de inferencia fuzzy a partir del cual es

posible integrar las informaciones acerca de la dinámica del agua, advenidas del conjunto de entrenamiento. Inicialmente, se dividió la variable de entrada humedad, en la humedad saturada, obteniéndose así, una variable, aquí denominada razón de saturación, que asume valores entre 0 y 1. El dominio de esta variable fue dividido en cuatro sub intervalos, los cuales sirvieron de soporte para cinco conjuntos fuzzy, como se puede observar en la Fig. 2.

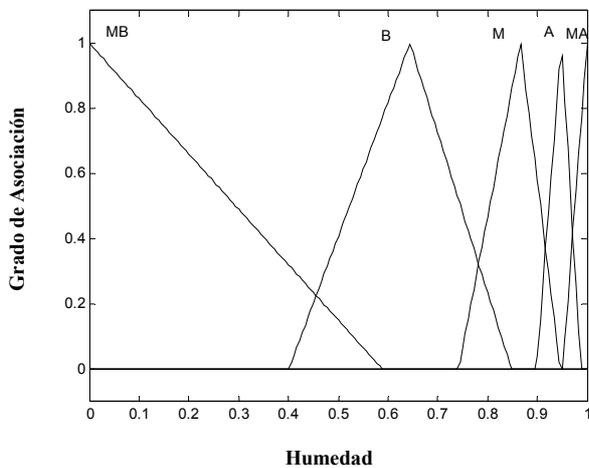


Fig.2 Conjuntos fuzzy asociados a las variables de entrada “razón de humedad”.

En la Fig. 2, los conjuntos fuzzy “MB”, “B”, “M”, “A” y “MA” están asociados a la humedad muy baja, baja, media, alta y muy alta, respectivamente.

Considerando los resultados del conjunto de entrenamiento, se estableció el dominio de la variable de salida, densidad de flujo. Se consideró una densidad de flujo variando de 0 a 0,3 cm/min. Dentro de este dominio se estableció, como se puede observar en la Fig. 3, cinco conjuntos fuzzy: densidad de flujo muy baja (MB), baja (B), media (M), alta (A) y muy alta (MA).

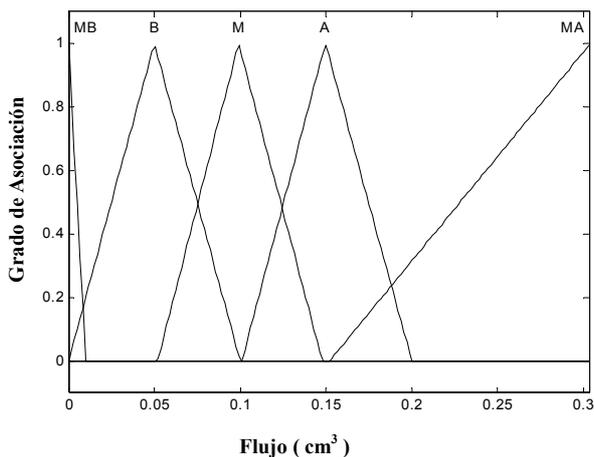


Fig.3. Conjuntos fuzzy asociados a las variables de salida “densidad de flujo”.

En la etapa de defuzzificación, se utilizó el método de inferencia de Mandani una vez que, según Dou et al. (1999) este método destaca por su eficiencia y simplicidad.

Inicialmente, el método de inferencia de Mandani combina los grados de pertinencia asociados a los valores de entrada a través del operador mínimo (min). El método de Mandani suministra un único conjunto fuzzy como respuesta, denominado topología fuzzy (Barros y Bassnezi, 2001).

En este trabajo la defuzzificación se hizo a través del método de centro de gravedad (MCG).

Como ya se comentó anteriormente, la dinámica del potasio en el suelo se describe en la ecuación 2 según la cual el movimiento de los solutos en el suelo se debe al movimiento del agua en el suelo, a los gradientes de su concentración en la solución del suelo y a su interacción con la matriz del suelo. Sin embargo, en este trabajo la ecuación 2 fue simplificada desconsiderándose el término asociado al coeficiente de dispersión hidrodinámica longitudinal.

Por ello, en este trabajo el estudio de la dinámica del potasio se hizo considerando sólo el flujo de masa. Para esto, cada paso de tiempo, se multiplicó la densidad de flujo, obtenida como salida del modelo basado en reglas fuzzy construido para describir la dinámica del agua en el suelo, por la concentración del potasio en el suelo.

### 3. Resultados y discusión

Los resultados obtenidos a partir del modelo basado en reglas fuzzy (MBRF) para describir la dinámica del agua y del potasio en el suelo se compararon con los resultados experimentales obtenidos por Miranda et al. (2004).

En la Fig. 4, se presentan los resultados experimentales y los simulados por el MBRF, se puede observar que, de una manera general, los resultados simulados subestimaron la humedad del suelo.

Este resultado indica que se deben hacer un mayor número de simulaciones numéricas de la dinámica del agua bajo diferentes condiciones iniciales de humedad para mejorar el conjunto de entrenamiento. Por otro lado, se verifica también que los resultados obtenidos a través del MBRF tuvieron un comportamiento semejante al observado en los datos experimentales.

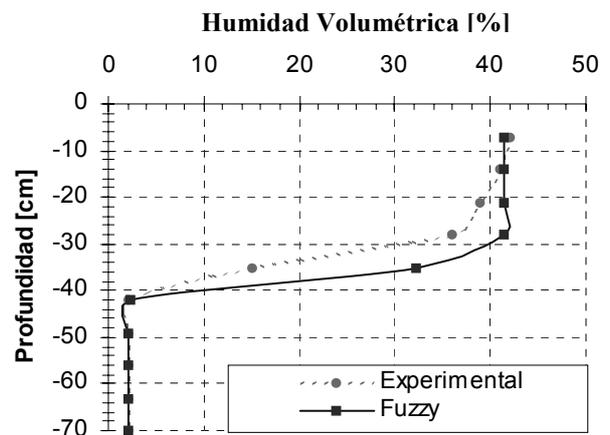


Fig.4. Humedad Volumétrica observada y simulada a través do MBRF.

En la Fig. 5 se presentan los resultados obtenidos experimentalmente y simulados a través del MBRF. Se verifica que el MBRF, aún considerando sólo el flujo de

masa, describe de manera bastante satisfactoria el comportamiento observado en los resultados experimentales.

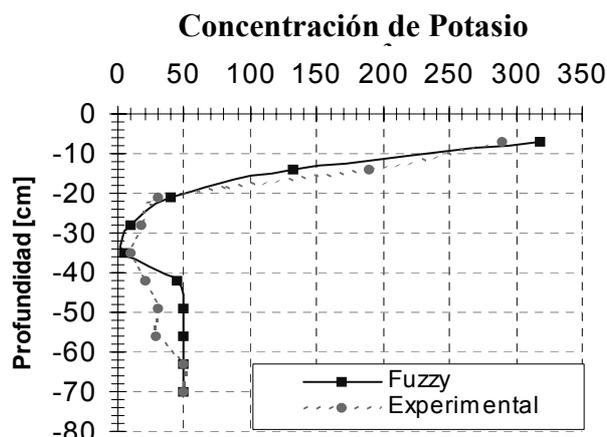


Fig.5 Concentración de potasio observada y simulada a través del MBRF.

#### 4. Conclusiones

Los resultados obtenidos en este trabajo ponen en evidencia el potencial del uso de la teoría de conjuntos fuzzy en el estudio de la dinámica del agua y de los solutos en el suelo. Por otro lado, estos resultados pueden ser mejorados a partir de la construcción de un conjunto de entrenamiento más completo en el caso de la dinámica del agua y de la incorporación del efecto de la dispersión hidrodinámica longitudinal.

*Agradecimientos.* A Faculdade de Engenharia Agrícola (FEAGRI) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ).

#### Bibliografía

Amendola, M., Castanho, M. J., Nääs, I. A. y Souza, A. L. 2004. Análise matemática de condições de conforto térmico para avicultura usando a teoria dos conjuntos fuzzy. In: XXXIII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola (CONBEA). Caderno de Resumos.

Amendola, M. y Souza, A. L. 2004. Manual do uso da teoria dos conjuntos Fuzzy no MATLAB. Faculdade de Engenharia Agrícola (Feagri-Unicamp). Campinas, 27 p. Não Publicado.

Bardossy, A. The use of fuzzy rules for the description of elements of the hydrological cycle. *Ecological Modelling*. v.85, p. 59-65, 1996.

Bardossy, A.; Duckstein, L. Fuzzy Rule-Based Modeling with Applications to Geophysical, Biological and Engineering Systems. Flórida: CRC, 1995. 232p.

Bardossy, A.; Bronstert, A.; Merz, B. 1-, 2- and 3-dimensional modeling of water movement in the unsaturated soil matrix using a fuzzy approach. *Advances in Water Resources* v.18 (4), p.237-251. 1995.

Bardossy, A.; Disse, M. Fuzzy rule-based models for infiltration. *Water-Resour-Res.* v.29 (2) p. 373-382. 1993.

Barros, I.C.; Bassanezi, R. C. Introdução à Teoria Fuzzy: aplicações em biomatemática: minicurso apresentado no XV Congresso Latino Americano de Biomatemática, 29 de out. - 02 de nov. de 2001.

Carrilho, J.T.; Amendola, M. Simulação do Movimento de Água no Solo. In: XV Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC), 1992, Caderno de Resumos.

Costa, S. N. Desenvolvimento de um modelo computacional para simular o transporte de água e solutos no solo sob condições de escoamento não permanente na vertical. 1998. 145p. (Tese de Doutorado) Universidade Federal de Viçosa- UFV, Viçosa/MG.

Dou, C.; Wolde, W.; Bogardi, I. Fuzzy rule-based approach to describe solute transport in the unsaturated zone. *Journal of Hydrology*. v. 220, p. 74-85, 1999.

Libardi, P. L. Dinâmica da Água no Solo. Piracicaba: edUSP, 1995. 497p.

McBretney, A. B.; Odeh, I. O. A. Application of fuzzy sets in soil science: fuzzy logic, fuzzy measurements and fuzzy decisions. *Geoderma*. v.77, p. 85-113, 1997.

Miranda, J. H. Modelo para a simulação da dinâmica de nitrato em colunas verticais de solo não saturado. 2001. 79p. (Tese de Doutorado) Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba/SP.

Miranda, J.H.; Duarte, S. N.; Libardi, P. L.; Folegatti, M.V. Simulação do deslocamento de potássio em colunas verticais de solo não saturado. In: XXXIII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola (CONBEA), 2004, Caderno de Resumos.

Naime, J. M. Um novo método para estudos dinâmicos, in situ, da infiltração da água na região não saturada do solo. 2001. 79p. (Tese de Doutorado) Escola Superior de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos/SP.

Rivera, R. N. C. Modelagem da dinâmica da água e do potássio na irrigação por gotejamento superficial. 2004. 89p. (Tese de Doutorado) Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba/SP.

Simunek, J.; Vogel, T.; van Genuchten T. SWMS\_2D: simulating water flow and solute transport in two-dimensional variably saturated media. US Salinity Lab, Riverside-CA, 1993.

Souza, A. L. Estudo Experimental e Teórico do uso de Pneu Picado no sistema de Leitões Cultivados. 2002. 123p. (Dissertação de Mestrado) FEAGRI- Faculdade de Engenharia Agrícola - UNICAMP, Campinas/SP, Campinas.

Souza, A. L.; Peche Filho, A.; Silva, M.R. Uso da lógica fuzzy na determinação do potencial de perdas de solo. In: XXXIII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola (CONBEA), 2004, Caderno de Resumos.

van Genuchten, M.T.; Wierenga, P.J. Mass transfer studies in sorbing porous media. I. Analytical solutions. *Soil Science Society of America Journal*, Madison, v.40, n.3, p.473-480, 1976.